عسنا جعفرپور   تکلیف ۲۲   دوازدهم رختر B

$$f(x)=\begin{cases} a+\sqrt{x^2} & ;x<1 \Rightarrow a+|x| \\ b\sqrt[3]{x^2} & ;x\geq 1\end{cases}$$ ۱

پیوسته: $f(1) \Rightarrow a+1=b \quad (I)$

$\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{a+|x|-a}{x}=\frac{x}{x}=1$ ، $\lim\limits_{x\to 0^-} \frac{a+|x|-a}{x}=\frac{-x}{x}=-1 \Rightarrow f'_+(0)\neq f'_-(0)$ ⇐ $x=0$ مشتق ناپذیر

$\xrightarrow[\text{مشتق پذیر}]{b\ \text{در نقطه}} f'(1)=\begin{cases} f'_+(1)=1 \\ f'_-(1)=\frac{b\times 2(1)}{3\sqrt[3]{(1)}}\end{cases} \Rightarrow 1=\frac{2b}{3} \Rightarrow b=\frac{3}{2} \xrightarrow{(I)} a=\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{a+b=2}$

$f(x)=\frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}} \xRightarrow[x=1]{} f(x)=\frac{-(2x-4)}{\sqrt[3]{x^2}}$ ۲

$g(x)=\frac{\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{2x}}{\sqrt[3]{x^2}}=\frac{|x-2|+\sqrt{2x}}{\sqrt[3]{x^2}} \Rightarrow g(x)=\frac{-(x-2)+\sqrt{2x}}{\sqrt[3]{x^2}}$

$\Rightarrow f(x)-2g(x)=\frac{-(2x-4)}{\sqrt[3]{x^2}}-\frac{-2(x-2)+2\sqrt{2x}}{\sqrt[3]{x^2}}=\frac{-2\sqrt{2x}}{\sqrt[3]{x^2}}=-2\sqrt{2}\,x^{\frac{1}{6}}$

$\Rightarrow (f(x)-2g(x))'=f'(x)-2g'(x)=\dfrac{\frac{-2\times 2}{2\sqrt{2x}}\times\sqrt[3]{x^2}-\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}\times -2\sqrt{2x}}{\sqrt[3]{x^4}} \Rightarrow f'(1)-2g'(1)=\boxed{\frac{\sqrt{2}}{3}}$

$$f(x)=\begin{cases} bx+c & ;x<a \\ \frac{1}{x} & ;x\geq a\end{cases}$$ ۳

پیوستگی: $ba+c=\frac{1}{a} \Rightarrow ba^2+ca=1$

مشتق پذیری: $f'_-(a)=f'_+(a) \Rightarrow b=\frac{-1}{a^2} \Rightarrow ba^2=-1$

$\Rightarrow \boxed{ac=2}$

$$f(x)=\begin{cases} b & ;x<a \\ b+(x-a)^m & ;x\geq a\end{cases}$$ ۴

نقطه گوشه‌ای $\Rightarrow f'_+(a)\neq f'_-(a)$
(هر دو متناهی باشند)

$$f'(x)=\begin{cases} 0 & ;x<a \\ m(x-a)^{m-1}\times 1 & ;x>a\end{cases}$$

$\Rightarrow 0\neq m(a-a)^{m-1}\times 1 \Rightarrow$
- $m=1$ تنها یک حالت مشترک داریم $\Rightarrow f(x)=b+x-a \Rightarrow f'_+(a)=1 \Rightarrow$ $\boxed{\text{۱ مقدار}}$
- $m-1<0\ ,\ m\neq 0 \Rightarrow f'_+(a)=\infty$ با شرایط خواسته مسئله مطابق نیست

$g'(x)f'(g(x))=(fog(x))'$ ۵

$g(x)=\frac{1}{x^3-(-x^3)}=\frac{1}{2x^3} \quad ;x<0$

$f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x-(-x)}}=\frac{1}{\sqrt[3]{2x}} \quad ;x<0$

$fog(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{2\left(\frac{1}{2x^3}\right)}}=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{x^3}}}=x \Rightarrow (fog(x))'=\boxed{1=(fog(-\sqrt[3]{2}))'}$

$y=-ax-5 \Rightarrow \begin{cases} f'(3)=-a \\ f(3)=-3a-5\end{cases} \Rightarrow f'(3)-f(3)=-a-(-3a-5)=2a+5=2 \Rightarrow a=-\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{f(3)}{f'(3)}=\frac{-3(-\frac{3}{2})-5}{-(-\frac{3}{2})}=\boxed{-\frac{1}{3}}$ ۶

$f(x)=\left(x\left[x^2+\frac{1}{2}\right]\right)^2+1 \qquad g(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}} \Rightarrow g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{9}{8}-1}}=2 \Rightarrow fog(x)=\left(g(x)\underbrace{\left[4+\frac{1}{2}\right]}_{4}\right)^2+1=16g^2(x)+1$ ۷

$\Rightarrow (fog(x))'=32g(x).g'(x)=32\times\frac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}}\times\frac{-2x}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^4}} \Rightarrow \left(fog\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)\right)'=\frac{32\times 2\times -2\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)}{3\sqrt[3]{\left(\frac{1}{8}\right)^4}}=\boxed{-512\sqrt{2}} \Rightarrow$ ۴ برابر

$g(x)=f(x+1)+f(3x+10) \Rightarrow g'(x)=f'(x+1)+f'(3x+10)\times 3 \Rightarrow g'(-2)=f'(-1)+3f'(4)=4f'(-1)=4\left(\frac{3}{2}\right)=\boxed{6}$ ۸

$-1+T=4$

$\lim\limits_{h\to 0}\frac{f^2(5-h)-3f(5-h)+2}{h(5-h)} \overset{\frac{0}{0}}{\underset{hop}{=}} \frac{-2f(5-h).f'(5-h)+3f'(5-h)}{-2h+5}=\frac{-2(2).\left(\frac{25}{12}\right)+3\left(\frac{25}{12}\right)}{5}=\boxed{\frac{-5}{12}}$ ۹

$f'(x)=\sqrt[3]{x+3}+\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}}\times(x-4) \Rightarrow f'(5)=2+\frac{1}{12}=\frac{25}{12}$

$f(5)=2$

$$\left.\begin{array}{l} ۶y - ۳x = ۱ \Rightarrow m = \dfrac{۱}{۲} \Rightarrow m' = -۲ \\ y' = ۲x - ۴ \end{array}\right\} \Rightarrow ۲x - ۴ = -۲ \Rightarrow x = ۱ \,,\, y = ۲ \Rightarrow \boxed{(۱,۲)}$$ ۱۰