نام: دنیا احمدی   شماره تکلیف: ۲۲   مقطع: دوازدهم دختران B   ۱۹/۲۵ آفرین

① پیوسته → $a+1=b$ $|x|$ که در آن مشتق پذیر نیست (دارد) → $x=0$ → تنها در یک نقطه مشتق ندارد

$f'(x)=\begin{cases} x\le 1 \to \frac{2x}{2\sqrt{x^2}}=1 \\ x>1 \to \frac{2bx}{3\sqrt[3]{x}}=\frac{2b}{3}\end{cases}$ $\xrightarrow{\text{در یک مشتق پذیر است}}$ $\frac{2b}{3}=1 \to b=\frac{3}{2} \to a=\frac{1}{2} \to a+b=\boxed{2}$

۲

② $f'(1)=\dfrac{(-2)(\sqrt[3]{x^2})+(2x-4)(\frac{2x}{3\sqrt[3]{x}})}{x\sqrt[3]{x}}=-2+\frac{-4}{3}=\frac{-10}{3}$

$g'(1)=\dfrac{(-1+\frac{3}{2\sqrt{3x}})(\sqrt[3]{x^2})-(|x-2|+\sqrt{3x})(\frac{2x}{3\sqrt[3]{x^2}})}{x\sqrt[3]{x}}=\frac{-5}{3}-\frac{\sqrt{3}}{6}$

→ $f'(1)-2g'(1)=\frac{\sqrt{3}}{6}$

۱/۷۵

③ مشتق پذیر → پیوسته → $ba+c=\frac{1}{a} \to ba^2+ca-1=0$ ①

$f'_-(a)=f'_+(a) \Rightarrow b=\frac{-1}{a^2}$ ② $\xrightarrow{①,②}$ $a^2(\frac{-1}{a^2})+ca-1=0 \to c=\frac{2}{a} \to ac=\boxed{2}$

۲

④ $\lim_{x\to a^-} f(x)=\lim_{x\to a^+} f(x)=b$ → پیوسته است → برای $m\ge 0$

$f'_-(a)=0$ $f'_+(a)=m(x-a)^{m-1}$

$m=0$: $f'_+(a)=0$ → گوشه ای نمی شود

$m=1$: $f'_+(a)=1$ ✓ → $(m=1)$ یک مقدار

$m>1$: $f'_+(a)=0$ → گوشه ای نمی شود

۲

⑤ $g'(-\sqrt[3]{2})\cdot f'(g(-\sqrt[3]{2}))=(fog)'(-\sqrt[3]{2})$ $fog(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{2(\frac{1}{2x^3})}}=\frac{1}{\frac{1}{x}}=x \to fog'(-\sqrt[3]{2})=\boxed{1}$

۲

⑥ $f(2)=-2a-5$ $f'(3)=-a$

$f'(2)-f(2)=2 \to -a+2a+5=2 \to a=-\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{f(2)}{f'(2)}=\frac{-2a-5}{-a}=\boxed{\frac{-1}{3}}$

۲

⑦ $g(\frac{3}{\sqrt{8}})=2 \to f(2)=(5x)^2+1 \to f'(2)=50\times x=100$ $g'(x)=\frac{2x}{3\sqrt[3]{x^2-1}}$

$fog'(\frac{3}{\sqrt{8}})=g'(x)\cdot f'(\underbrace{g(x)}_{2})=\frac{-32}{\sqrt{8}}\times 100=-800\sqrt{2} \to \frac{-800\sqrt{2}}{-128\sqrt{2}}=\boxed{\frac{25}{4}}$

۱/۵

⑧ $f'(-1)=\frac{3}{2} \xrightarrow{x=-2} g(-2)=f(-1)+f(4)$ $\xrightarrow[5]{\text{دوره تناوب}}$ $f'(4)=f'(4-5)=f'(-1)$

$g'(-2)=f'(-1)+3f'(-1)=\frac{12}{2}=\boxed{6}$

۲

⑨ $\lim_{h\to 0}\frac{f^2(5-h)-3f(5-h)+2}{h(5-h)}=(\lim_{h\to 0}\frac{f(5-h)-1}{+(5-h)})(\lim_{h\to 0}\frac{f(5-h)-2}{-h})=\frac{1}{5}\times -f'(5)=\frac{-1}{5}\times\frac{25}{12}=\boxed{\frac{-5}{12}}$

$f'(5)=(x-4)\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}}+\sqrt[3]{x+3}=\frac{25}{12}$

۲

⑩ $d_1 \Rightarrow 6y-3x=1 \to y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{6} \to m_1=\frac{1}{2} \to m_{\text{عمود}}=-2$ ①

$y=x^2-4x+5 \to y'=2x-4 \xrightarrow{①} 2x-4=-2 \to x=1 \to A\boxed{\begin{vmatrix}1\\2\end{vmatrix}}$

۲

۶

$$f(x)=\frac{۴-۲x}{\sqrt[۳]{x^۲}} \rightarrow f'(۱)=\frac{-۲(\sqrt[۳]{۱})-\frac{۲}{۳}(۱)^{-\frac{۱}{۳}}(۴-۲)}{\sqrt[۳]{۱}}=-\frac{۱۰}{۳}$$

$$g(x)=\frac{|x-۲|+\sqrt{۳x}}{\sqrt[۳]{x^۲}} \rightarrow g'(۱)=\frac{(-۱+\frac{۳}{۲\sqrt{۳}})(۱)-\frac{۲}{۳\sqrt[۳]{۱}}(۱+\sqrt{۳})}{\sqrt[۳]{۱}}$$

$$g'(۱)=-۱+\frac{۳\sqrt{۳}}{۶}-\frac{۲}{۳}-\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}=-\frac{۵}{۳}-\frac{\sqrt{۳}}{۶}$$

$$f'(۱)-۲g'(۱)=-\frac{۱۰}{۳}+\frac{۱۰}{۳}+\frac{۲\sqrt{۳}}{۶}=\boxed{\frac{\sqrt{۳}}{۳}}$$

۷

$$(f\circ g)'=g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}})\times f'(g(\frac{۳}{\sqrt{۸}}))$$

$$g(\frac{۳}{\sqrt{۸}})=\frac{۱}{\sqrt[۳]{\frac{۹}{۸}-۱}}=۲ \rightarrow g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}})\times f'(۲)$$

$$g'(\frac{۳}{\sqrt{۸}})=-\frac{۱}{۳}(x^۲-۱)^{-\frac{۴}{۳}}\times ۲x=\frac{۶}{\sqrt{۸}}\times -\frac{۱}{۳}\times(\frac{۹}{۸}-۱)^{-\frac{۴}{۳}}=-\frac{۲}{\sqrt{۸}}\times(۲^{-۳})^{-\frac{۴}{۳}}$$

$$=-\frac{۲^۵\times\sqrt{۲}}{۴}=-۸\sqrt{۸}$$

$$f(x),\ x=۲ \rightarrow f(x)=x[۴]^۲+۱=۱۶x^۲+۱ \rightarrow f'(۲)=۳۲(۲)=۶۴$$

$$\frac{-۸\sqrt{۲}\times\cancel{۶۴}}{-\underset{۲}{\cancel{۱۲۸}}\sqrt{۲}}=\boxed{۴}$$