

(۱) تابع در نقطه $x=0$ مشتق پذیر نیست پس در $x=1$ مشتق پذیر است

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \quad 1+a=b$$

$$f'(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 1 & 0 < x < 1 \\ \frac{x}{b} & x \geq 1 \end{cases} \quad \frac{x}{b} = 1 \quad b = \frac{x}{1} \quad a = \frac{1}{1} \quad a+b = \frac{x}{1} + \frac{1}{1} = 2$$

(۲)

$$f(x) - 2g(x) = \frac{|2x-1|}{\sqrt[3]{2x^2}} - \frac{2\sqrt[3]{2x^2-5x+5} + 2\sqrt[3]{2x}}{\sqrt[3]{2x^2}} = \frac{2|x-1/2| - 2|x-1/2| - 2\sqrt[3]{2x}}{\sqrt[3]{2x^2}} = -\frac{2\sqrt[3]{2x}}{\sqrt[3]{2x^2}}$$

$$(f-2g)'(x) = \frac{-2x \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{2x^2}} - (-2\sqrt[3]{2x}) \cdot (\frac{1}{\sqrt[3]{2x^2}})}{(\sqrt[3]{2x^2})^2} \quad (f-2g)'(1) = -\sqrt[3]{2} + \frac{2\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}}$$

(۳)

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a) \quad ab+c = \frac{1}{a} \quad f_-(a) = f_+(a) \quad b = -\frac{1}{a^2} \rightarrow a(-\frac{1}{a^2}) + c = \frac{1}{a}$$

$$c = \frac{2}{a} \quad ac = \frac{2}{a} \times a = 2$$

(۴) تابع در نقطه گوشه پیوسته است اما مشتق چپ و راست برابر نیست. تابع به ازای m های منفی تعریف نمی شود و اگر $m=0$ باشد:

تابع به ازای $m > 0$ تعریف می شود و پیوسته است.

$$f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b+1 & x \geq a \end{cases} \rightarrow \text{پیوسته نیست}$$

اگر $m \geq 2$ باشد مشتق چپ و راست هر دو صفر می شود و $x=a$ نقطه گوشه حساب نمی شود و اگر $m=1$ باشد $f_-(a)=0$ و $f_+(a)=m$ پس یک مقدار.

$$m > 0 \rightarrow f'(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ m(x-a)^{m-1} & x > a \end{cases}$$

(۵)

$$x < 0 \rightarrow f \circ g(x) = f(\frac{1}{\sqrt[3]{2x^2}}) = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{2x^2} - |\frac{1}{\sqrt[3]{2x^2}}|}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{2x^2} - \frac{1}{2x^2}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{0}} = \frac{1}{0} = x \quad (f \circ g)'(x) = 1 \rightarrow (f \circ g)'(\sqrt[3]{2}) = 1$$

(۶)

$$f(3) = -3a - 5 \quad f'(3) = -a \quad -a - (-3a - 5) = 2 \quad a = \frac{3}{2} \quad f(3) = -3(\frac{3}{2}) - 5 = -\frac{19}{2}$$

$$f'(3) = -a = -\frac{3}{2} \quad \frac{f(3)}{f'(3)} = \frac{-\frac{19}{2}}{-\frac{3}{2}} = \frac{19}{3}$$

(۷)

$$(f \circ g)'(\frac{3}{\sqrt[3]{2}}) = g'(\frac{3}{\sqrt[3]{2}}) f'(g(\frac{3}{\sqrt[3]{2}})) \quad g(x) = (2x^2-1)^{-\frac{1}{2}} \rightarrow g'(x) = -\frac{1}{2}(2x^2-1)^{-\frac{3}{2}}(4x) \quad g'(\frac{3}{\sqrt[3]{2}}) = \frac{-3 \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = -\frac{6\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}}$$

$$g(\frac{3}{\sqrt[3]{2}}) = 2 \quad f(x) = (5x)^2 + 1 = 19x^2 + 1 \quad f'(x) = 38x \rightarrow f'(2) = 76 \quad \frac{(-6\sqrt[3]{2}) \times 76}{-12\sqrt[3]{2}} = 76$$

(۸)

$$g'(x) = f'(x+1) + 3f'(3x+10) \quad g'(-2) = f'(-1) + 3f'(7) \xrightarrow{\text{دو طرفه ضرب با ۵}} f'(-1) = f'(7)$$

$$g'(-2) = 4f'(-1) = 4 \times \frac{3}{2} = 6$$

(۹)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f(a-h)-1)(f(a-h)-1)}{h(a-h)} = -f'(a) \times \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a-h)-1}{a-h} = -f'(a) \times \frac{1-1}{a} = -\frac{1}{11} \times \frac{1}{a} = -\frac{a}{11} \quad f(a) = 2$$

$$f'(x) = \sqrt[3]{x+3} + (x-5) \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x+3}} \quad f'(a) = 2 + \frac{1}{11} = \frac{22}{11}$$

(۱۰)

$$9y - 3x = 1 \rightarrow a = \frac{1}{9} \quad a' = -2 \quad y' = 2x - 5 \quad y' = -2 \rightarrow x = 1 \quad x = 1 \rightarrow y = 2 \quad \text{نقطه } (1, 2)$$