

(۱) تابع در نقطه $x=0$ مشتق پذیر نیست پس در $x=1$ مشتق پذیر است
 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \quad 1+a=b$
 $f'(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 1 & 0 < x < 1 \\ \frac{x}{b} & x \geq 1 \end{cases} \quad \frac{x}{b} = 1 \quad b = \frac{x}{1} \quad a = \frac{1}{1} \quad a+b = \frac{x}{1} + \frac{1}{1} = 2$

(۲) $f(x) - 2g(x) = \frac{|2x-1|}{\sqrt[3]{2x^2}} - \frac{\sqrt[3]{2x^2-5x+5} + \sqrt[3]{2x^2}}{\sqrt[3]{2x^2}} = \frac{2|x-1/2| - \sqrt[3]{2x^2-5x+5} - \sqrt[3]{2x^2}}{\sqrt[3]{2x^2}}$
 $(f-2g)'(x) = \frac{-2x \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{2x^2}} - (-\sqrt[3]{2x^2-5x+5}) \cdot (\frac{1}{\sqrt[3]{2x^2}})}{(\sqrt[3]{2x^2})^2} \quad (f-2g)'(1) = -\sqrt[3]{2} + \frac{\sqrt[3]{2}}{2} = \frac{\sqrt[3]{2}}{2}$

(۳) $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a) \quad ab+c = \frac{1}{a} \quad f_-(a) = f_+(a) \quad b = -\frac{1}{a^2} \rightarrow a(-\frac{1}{a^2}) + c = \frac{1}{a}$
 $c = \frac{2}{a} \quad ac = \frac{2}{a} \times a = 2$

(۴) تابع در نقطه گوشه پیوسته است اما مشتق چپ و راست برابر نیست. تابع به ازای m های منفی تعریف نمی شود و اگر $m=0$ باشد:
 $f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b+1 & x \geq a \end{cases} \rightarrow$ پیوسته نیست.
 اگر $m \geq 2$ باشد مشتق چپ و راست هر دو صفر می شود و $x=a$ نقطه گوشه حساب نمی شود و اگر $m=1$ باشد $f_+(a) = m$ و $f_-(a) = 0$ پس یک مقدار.
 $m > 0 \rightarrow f'(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ m(x-a)^{m-1} & x > a \end{cases}$

(۵) $x < 0 \rightarrow fog(x) = f(\frac{1}{\sqrt[3]{2x^2}}) = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{2x^2} - |\frac{1}{\sqrt[3]{2x^2}}|}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{2x^2}}} = \frac{1}{\frac{1}{2x}} = 2x \quad (fog)'(x) = 1 \rightarrow (fog)'(\sqrt[3]{2}) = 1$

(۶) $f(3) = -3a - \omega \quad f'(3) = -a \quad -a - (-3a - \omega) = 2 \quad a = \frac{3}{2} \quad f(3) = -3(\frac{3}{2}) - \omega = -\frac{1}{2}$
 $f'(3) = -a = \frac{3}{2} \quad \frac{f(3)}{f'(3)} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}$

(۷) $(fog)'(\frac{3}{\sqrt[3]{2}}) = g'(\frac{3}{\sqrt[3]{2}}) f'(g(\frac{3}{\sqrt[3]{2}})) \quad g(x) = (x^2-1)^{-\frac{1}{2}} \rightarrow g'(x) = -\frac{1}{2}(x^2-1)^{-\frac{3}{2}}(2x) \quad g'(\frac{3}{\sqrt[3]{2}}) = \frac{-3\sqrt[3]{2}}{2} = -\frac{3\sqrt[3]{2}}{2}$
 $g(\frac{3}{\sqrt[3]{2}}) = 2 \quad f(x) = (5x)^2 + 1 = 19x^2 + 1 \quad f'(x) = 38x \rightarrow f'(2) = 76 \quad \frac{(-\frac{3\sqrt[3]{2}}{2}) \times 76}{-12\sqrt[3]{2}} = 4$

(۸) $g'(x) = f'(x+1) + 3f'(3x+10) \quad g'(-2) = f'(-1) + 3f'(4) \xrightarrow{\text{دو طرفه ضرب با ۵}} f'(-1) = f'(4)$
 $g'(-2) = 4f'(-1) = 4 \times \frac{3}{2} = 6$

(۹) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f(\omega-h)-1)(f(\omega-h)-1)}{h(\omega-h)} = -f'(\omega) \times \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\omega-h)-1}{\omega-h} = -f'(\omega) \times \frac{1}{\omega} = \frac{-1}{12} \times \frac{1}{\omega} = \frac{-\omega}{12} \quad f(\omega) = 2$

$f'(x) = \sqrt[3]{x+3} + (x-5) \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{(x+3)^2}} \quad f'(\omega) = 2 + \frac{1}{12} = \frac{25}{12}$

(۱۰) $9y - 3x = 1 \rightarrow a = \frac{1}{3} \quad a' = -2 \quad y' = 2x - 5 \quad y' = -2 \rightarrow x = 1 \quad x = 1 \rightarrow y = 2 \quad \text{نقطه } (1, 2)$