

14, 5 ~ انداز

۱-

ریشہ کی رتبہ اول داخل قدر مطلق، نقطہ کی زاویہ دار می سازد. پس آتنا نقطہ مشتق پذیر تابع $a + \sqrt{x^2} = a + |x| \rightarrow$ می باشد و بقیہ نقاط مشتق پذیر و پیوسته هستند:

$$a + \sqrt{x^2} = b \sqrt[3]{x^2} \xrightarrow{x=1} a+1=b \rightarrow a-b=-1 \quad \text{I}$$

$$\xrightarrow[\text{مشتق کا}]{x=1} 1 = \frac{2b}{3} \rightarrow b = \frac{3}{2} \quad \text{II}$$

۵

$$\text{I و II} \rightarrow a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}, a+b=2 \quad \checkmark$$

۲-

چون مشتق ۱ در $x=1$ می خواهیم:

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x^{\frac{1}{3}}}, \quad g(x) = \frac{x - x + \sqrt{x}}{x^{\frac{1}{3}}}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{3}x^{-\frac{4}{3}} - \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} \rightarrow f'(1) = -\frac{10}{3}$$

$$g'(x) = -\frac{1}{3}x^{-\frac{4}{3}} - \frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}} - \frac{\sqrt{x}}{6}x^{-\frac{1}{3}} \rightarrow g'(1) = -\frac{5}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$f'(1) - 2g'(1) = -\frac{10}{3} - 2\left(-\frac{5}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \checkmark$$

۵

۳-

$$\left. \begin{array}{l} ab+c = \frac{1}{a} \\ b = -\frac{1}{a^2} \end{array} \right\} -\frac{1}{a^2}a+c = \frac{1}{a} \rightarrow -\frac{1}{a}+c = \frac{1}{a} \rightarrow c = \frac{2}{a} \rightarrow ac = a \times \frac{2}{a} = 2 \quad \checkmark$$

۵

سارینا عابدینی

۴-

تابع به ازای هر مقادیر از m پیوسته است. پس برای اینکه گوشه‌ای شود باید در نقطه‌ای (با a) مشتق ما برابر داشته باشد:

$$f'_-(a) = 0$$

$$f'_+(a) = m(x-a)^{m-1} \neq 0 \rightarrow m=1$$

فقط یک مقدار

۵-

$$(f \circ g)'(\sqrt[3]{2}) = \begin{cases} g'(x) = \frac{1}{2x^2} \\ f'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{2x^3}} \end{cases} \quad f\left(\frac{1}{2x^2}\right) = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{2}{2x^3}}} = x \rightarrow (f \circ g)' = x$$

$$\rightarrow (x)' = 1$$

۶-

$$f'(x) = -a, f(x) = -2a - 5$$

$$f'(x) - f(x) = -a - (-2a - 5) = 2 \rightarrow f'(x) = \frac{2}{x}, f(x) = -\frac{1}{x} \Rightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{\frac{2}{x}}{-\frac{1}{x}} = -2$$

ن $= -\frac{1}{3}$ سوال $\frac{f'(3)}{f'(4)}$ ، مر خواهد

۷-

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) g'(x)$$

$$f(x) = (x^2 + \frac{1}{x})^2 + 1 \rightarrow f'(x) = 2(x^2 + \frac{1}{x})(2x - \frac{1}{x^2})$$

$$g(x) = (x^{\frac{1}{3}} - 1) \rightarrow g'(x) = -\frac{1}{3}(x^{\frac{1}{3}} - 1)^{-2} \times \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} \rightarrow g\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{\frac{2^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{2}} - 1}$$

$$f'(g) = 2(g^2 + \frac{1}{g})(2g - \frac{1}{g^2}) = -192$$

$$g'\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right) = \frac{-2}{3 \times \frac{2^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{2}} \times (\frac{2^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{2}} - 1)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \rightarrow (f \circ g)' = -192 \times \frac{2\sqrt{2}}{3} = -128\sqrt{2} \rightarrow$$

یک برابر

-8

$$f(x) = f(x+a) \xrightarrow{\text{مشتق}} f'(x) = f'(x+a)$$

$$g(x) = f(x+1) + f(2x+10) \xrightarrow{\text{مشتق}} g'(x) = f'(x) + 2f'(2x+10)$$

$$\begin{aligned} g'(-2) &= f'(-1) + 2f'(4) \\ f'(-1) &= f'(4) \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} g'(-2) &= 2f'(-1) = 2 \times \frac{1}{2} = 1 \end{aligned} \right. \quad \checkmark$$

2

-9

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a-h) - 2f(a-h) + 1}{h(a-h)} = \frac{f(a-h) - 1}{h} \times \frac{f(a-h) - 1}{a-h}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-2)\sqrt[3]{x+3} \rightarrow f'(x) = \sqrt[3]{x+3} + \frac{(x-2)}{\sqrt[3]{(x+3)^2}} \\ f'(a) &= \frac{10}{12} \end{aligned}$$

2

$$\lim_{h \rightarrow 0} = -f'(a) \times 2 = \frac{-10}{12} \quad \checkmark$$

-10

برآن

$$y - 3x = 1 \rightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{خط عمود بر آن}} y = -3x + b$$

$$y = x^2 - 4x + 5 \xrightarrow{\text{مشتق}} 2x - 4 = -2 \rightarrow x = 1 \quad \text{I}$$

$$\left| \begin{aligned} x=1 &\rightarrow y=2 \quad \text{I} \\ \text{I} \cap \text{II} &\rightarrow (1, 2) \end{aligned} \right. \quad \checkmark$$

2

$$(f \circ g)' = g' \left(\frac{r}{\sqrt{\lambda}} \right) \times f' \left(g \left(\frac{r}{\sqrt{\lambda}} \right) \right)$$

$$g \left(\frac{r}{\sqrt{\lambda}} \right) = \frac{1}{\sqrt{\frac{9}{\lambda} - 1}} = r \rightarrow g' \left(\frac{r}{\sqrt{\lambda}} \right) \times f'(r)$$

$$g' \left(\frac{r}{\sqrt{\lambda}} \right) = -\frac{1}{r} \left(\frac{9}{\lambda} - 1 \right)^{-\frac{r}{2}} \times r = \frac{9}{\sqrt{\lambda}} \times -\frac{1}{r} \times \left(\frac{9}{\lambda} - 1 \right)^{-\frac{r}{2}} = -\frac{r}{\sqrt{\lambda}} \times \left(\frac{9}{\lambda} - 1 \right)^{-\frac{r}{2}}$$

$$= -\frac{r^2 \times \sqrt{r}}{r} = -\lambda \sqrt{\lambda}$$

$$f(n), n = r \rightarrow f(n) = n [\varepsilon]_{+1}^r = n n_{+1}^r \rightarrow f'(r) = r r(r) = 4r$$

$$\frac{-\lambda \sqrt{r} \times 4r}{-\cancel{1} \lambda \sqrt{r}} = r$$