

سارینا عابدینی

۱۔

ریشہ کی رتبہ اول داخل قدر مطلق، نقطہ کی زاویہ دار می سازد۔ پس آتنا نقطہ مشتق ناپذیر تابع $a + \sqrt{x^2} = a + |x| \rightarrow$ می باشد و بعینہ نقاط مشتق پذیر و پیوسته هستند:

$$a + \sqrt{x^2} = b \sqrt[3]{x^2} \xrightarrow{x=1} a+1=b \rightarrow a-b=-1 \text{ I}$$

$$\xrightarrow[\text{مشتق کا}]{x=1} 1 = \frac{2b}{3} \rightarrow b = \frac{3}{2} \text{ II}$$

$$\text{I و II} \rightarrow a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}, a+b=2$$

۲۔

چون مشتق ۱ در $x=1$ می خواهیم:

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x^{\frac{2}{3}}}, \quad g(x) = \frac{x - x + \sqrt{x}}{x^{\frac{2}{3}}}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}} - \frac{2}{3}x^{\frac{1}{3}} \rightarrow f'(1) = -\frac{10}{3}$$

$$g'(x) = -\frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}} - \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} - \frac{\sqrt{x}}{6}x^{-\frac{1}{3}} \rightarrow g'(1) = -\frac{5}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$f'(1) - 2g'(1) = -\frac{10}{3} - 2\left(-\frac{5}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۳۔

$$\left. \begin{array}{l} ab+c = \frac{1}{a} \\ b = -\frac{1}{a^2} \end{array} \right\} -\frac{1}{a^2}a+c = \frac{1}{a} \rightarrow -\frac{1}{a}+c = \frac{1}{a} \rightarrow c = \frac{2}{a} \rightarrow ac = a \times \frac{2}{a} = 2$$

۴-

تابع به ازای هر مقدار از m پیوسته است. پس برای اینکه گوشه‌ای شود باید در نقطه‌ای (با a) مشتق مأثور داشته باشد:

$$f'_-(a) = 0$$

$$f'_+(a) = m(x-a)^{m-1} \neq 0 \rightarrow m=1 \text{ فقط یک مقدار}$$

۵-

$$(f \circ g)'(\sqrt[3]{2}) = \begin{cases} g'(x) = \frac{1}{2x^2} \\ f'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{2x^3}} \end{cases} \quad f\left(\frac{1}{2x^2}\right) = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{2}{2x^3}}} = x \rightarrow (f \circ g)' = x$$

$$\rightarrow x' = 1$$

۶-

$$f'(x) = -a, \quad f(x) = -2a - 5$$

$$f'(x) - f(x) = -a - (-2a - 5) = 2 \rightarrow f'(x) = \frac{2}{x}, \quad f(x) = -\frac{1}{x} \Rightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{\frac{2}{x}}{-\frac{1}{x}} = -2$$

۷-

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) g'(x)$$

$$f(x) = (x^2 + \frac{1}{x})^2 + 1 \rightarrow f'(x) = 2(x^2 + \frac{1}{x})(2x - \frac{1}{x^2})$$

$$g(x) = (x^{\frac{2}{3}} - 1) \rightarrow g'(x) = -\frac{2}{3}(x^{\frac{2}{3}} - 1)^{-1} \times \frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}} \xrightarrow{g(\frac{2}{\sqrt{2}})} g(\frac{2}{\sqrt{2}}) \frac{1}{\frac{2^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{2}} - 1}$$

$$f'(g) = 2(g^2 + \frac{1}{g})(2g - \frac{1}{g^2}) = -192$$

$$g'(\frac{2}{\sqrt{2}}) = \frac{-2}{\frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{2^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{2}} \times (\frac{2^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{2}} - 1)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} \rightarrow (f \circ g)' = -192 \times \frac{2\sqrt{2}}{2} = -192\sqrt{2} \rightarrow \text{یک برابر}$$

-8

$$f(x) = f(x+a) \xrightarrow{\text{مشتق}} f'(x) = f'(x+a)$$

$$g(x) = f(x+1) + f(2x+10) \xrightarrow{\text{مشتق}} g'(x) = f'(x) + 2f'(2x+10)$$

$$g'(-2) = f'(-1) + 2f'(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} g'(-2) = 2f'(-1) = 4 \times \frac{1}{2} = 2 \\ f'(-1) = f'(4) \end{array} \right.$$

$$f'(-1) = f'(4)$$

-9

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a-h) - 2f(a-h) + 1}{h(a-h)} = \frac{f(a-h) - 1}{h} \times \frac{f(a-h) - 1}{a-h}$$

$$f(x) = (x-2)\sqrt[3]{x+3} \rightarrow f'(x) = \sqrt[3]{x+3} + \frac{(x-2)}{\sqrt[3]{(x+3)^2}}$$

$$f'(a) = \frac{2a}{12}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} = -f'(a) \times 2 = \frac{-a}{12}$$

-10

برآین

$$y - 3x = 1 \rightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{خط عمود بر آن}} y = -3x + b$$

$$y = x^2 - 4x + 5 \xrightarrow{\text{مشتق}} 2x - 4 = -2 \rightarrow x = 1 \quad \text{I}$$

$$\left| x=1 \right. \rightarrow y=2 \quad \text{I} \xrightarrow{\text{I} \cap \text{II}} (1, 2)$$