هستی کرمی - دوازدهم B دختر

به نام خدا

تکلیف دوم ۲۲

۱۹,۷۵ آفرین

① $a+b=?$

$$f(x)=\begin{cases} a+\sqrt{x^2} & ; x<1 \longrightarrow a+|x| \\ b\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1 \longrightarrow b\sqrt[3]{x^2}\end{cases}$$

پیوستگی دارد : $\boxed{a+1=b}$ I

تابع f مقدار مطلق $|x|$ پیوسته است در نقطه صفر پس تابع f در نقطه ۱ مشتق پذیر است و در نقطه صفر مشتق ندارد

پس دارای مشتق دارد.

$$f'_-(1)=1$$

$$f'_+(1)=\frac{2b}{3}\cdot\frac{1}{\sqrt[3]{x}}=\frac{2b}{3}$$

$$\longrightarrow \frac{2b}{3}=1 \rightarrow b=\frac{3}{2} \rightarrow a=\frac{1}{2}$$

$$a+b=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2$$

② ۱,۷۵

$$f(x)=\frac{|2x-4|}{\sqrt[3]{x^2}} \quad , g(x)=\frac{\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f'(1)-2g'(1)=: \Rightarrow \frac{-10}{3}-\frac{2(1-\sqrt{3})}{3}=\frac{-10-2+2\sqrt{3}}{3}=\frac{-12+2\sqrt{3}}{3}$$

$$f(x)=\frac{-2x+4}{\sqrt[3]{x^2}} \Rightarrow f'(x)=\frac{-2(\sqrt[3]{x^2})-\left(\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}\right)(-2x+4)}{\sqrt[3]{x^4}} \Rightarrow f'(1)=\frac{-2-\left(\frac{2}{3}\right)(2)}{1}=-2-\frac{4}{3}=\frac{-10}{3}$$

$$g(x)=\frac{-x+2+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \Rightarrow g'(x)=\frac{\left(-1+\frac{3}{2\sqrt{3x}}\right)(\sqrt[3]{x^2})-(-x+2+\sqrt{3x})\left(\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}\right)}{\sqrt[3]{x^4}} \Rightarrow g'(1)=\left(-1+\frac{3}{2\sqrt{3}}\right)(1+\sqrt{3})\left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$\Rightarrow g'(1)=\left(\frac{-2}{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)(1+\sqrt{3})=\frac{-2}{3}-\frac{2\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}+1=\frac{-\sqrt{3}}{3}+\frac{1}{3}$$

③

$$f(x)=\begin{cases} bx+c & ; x<a \\ \frac{1}{x} & ; x\geq a\end{cases}$$

مشتق پذیر $\longrightarrow$ پیوسته $\longrightarrow ab+c=\frac{1}{a}$

$$\left.\begin{array}{l} f'_-(a)=b \\ f'_+(a)=\frac{-1}{a^2}\end{array}\right\}\longrightarrow b=\frac{-1}{a^2}\rightarrow a^2b=-1 \rightarrow b=\frac{-1}{a^2}$$

$$\frac{-1}{a}+c=\frac{1}{a}\Rightarrow c=\frac{2}{a}$$

$$a\times c=a\times\frac{2}{a}=2$$

۲

④ مقدار صحیح نامنفی m را مشخص کنید)

$$f(x)=\begin{cases} b & x<a \\ b+(x-a)^m & x\geq a\end{cases}$$

نقطه گوشه ای است مشتق راست و چپ نابرابر در نقطه a

تابع f در نقطه a پیوسته است

اما مشتق پذیر نیست .

$$f'_-(a)=0$$

$$f'_+(a)=m(x-a)^{m-1}\neq 0$$

تنها حالتی که حاصل عبارت $f'_+(a)$ صفر نخواهد شد زمانی است که $\boxed{m=1}$

$$f'_+(a)=1\neq f'_-(a) \longrightarrow$$ پس $\boxed{m=1}$ فقط یک مقدار صحیح نامنفی

۲

$f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x-|x|}}$ ، $g(x)=\frac{1}{x^3-|x^3|}$

$f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{2x}}$ ، $g(x)=\frac{1}{x^3+x^3}=\frac{1}{2x^3}$

⑤ $g'(-\sqrt[3]{2})\cdot f'\left(g(-\sqrt[3]{2})\right)$

$=(fog)'(-\sqrt[3]{2})$

$(fog)(-\sqrt[3]{2})=\frac{1}{\sqrt[3]{2\left(\frac{1}{2x^3}\right)}}=\frac{1}{\frac{1}{x}}=x=-\sqrt[3]{2}$

$(fog)'(-\sqrt[3]{2})=1$ ج آخر ③

⑥ $y=-ax-b$

$f'(3)=-a$

$f(3)=-3a-b$

$f'(3)-f(3)=2\longrightarrow -a+3a+b=2\rightarrow 2a+b=2\rightarrow 2a=-3$

$a=\frac{-3}{2}$

$\frac{f(3)}{f'(3)}=\frac{-3a-b}{-a}=\frac{3a+b}{a}=\frac{\frac{-9}{2}+\frac{10}{2}}{\frac{-3}{2}}=\frac{-1}{3}$ ②

⑦ $f(x)=\left(x\left[x^2+\frac{1}{2}\right]\right)^2+1$ ، $g(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{1-x^2}}$

$(Fog)'(x)=g'(x)\cdot f'(g(x))=g'\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot f'\left(g\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$

$x=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$g'(x)=\frac{0-\frac{1}{3}(1-x^2)^{\frac{-2}{3}}(-2x)}{\sqrt[3]{(1-x^2)^2}}=\frac{2x}{3}\times\frac{1}{\sqrt[3]{(1-x^2)^4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2\times 2^{\frac{4}{3}}=2^{\frac{3}{2}}$

$=-2^{3-\frac{3}{2}}=-2^{\frac{3}{2}}$

$g\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{4}}}=2\longrightarrow f'(2)=?$

$f(x)=(2x)^2\Rightarrow f'(x)=2(2x)(2)=8x\longrightarrow f'(2)=16$ ②

$(fog)'(x)=-2^{\frac{7}{2}}\times 2=-2^{\frac{9}{2}}\longrightarrow \frac{2^{\frac{19}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}\times 2^8+2}=\frac{2^{\frac{19}{2}}}{2^{\frac{17}{2}}}=2^{\frac{19}{2}-\frac{17}{2}}=2^1=2$ ④

ج آخر

(۸)

$T_F = 5$

$g(x) = f(x+1) + f(3x+10)$

$f'(-1) = \frac{3}{2}$

$g'(-2) = ?$

$$g'(-2) = f'(x+1) + 3f'(3x+10) = f'(-1) + 3f'(4)$$

$$= \frac{3}{2} + 3\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{12}{2} = 6$$

(۲)

$f'(-1) = \frac{3}{2}$ — با اضافه کردن یک دوره تناوب ۵ → $f'(-1+5) = f'(4) = \frac{3}{2}$

مقدار x چون تابع به همین شکل می ماند مقدار مشتق برابر

(۹)

$f(x) = (x-4)\sqrt[3]{x+3}$, $f(5) = 2$

$$\lim_{h \to 0} \frac{\left(f(5-h) - 1\right)\left(f(5-h) - 2\right)}{h(5-h)} \Rightarrow -f'(5)$$

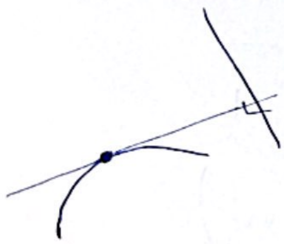
$$= \left(\frac{f(5)-1}{5}\right)\left(-f'(5)\right)$$

$$= \frac{1}{5} \times -\frac{25}{12} = \frac{-5}{12}$$

(۲)

$$f'(5) = 1\left(\sqrt[3]{x+3}\right) + (x-4)\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+3)^2}} = 2 + \frac{1}{12} = \frac{25}{12}$$

(۱۰)



$4y = 3x+1 \to y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$ — شیب عکس و قرینه → $m' = -2$

شیب خط مماس بر منحنی در نقطه ای مانند A ← $A\Big|_{f(a)}^{a}$

(۲)

$y' = 2x - 4 = -2$

$2x = 2 \to x = 1 = a$

$f(a) = f(1) = 1 - 4 + 5 = 2 \longrightarrow A\Big|_{2}^{1}$

۲/

$$f(x)=\frac{4-2x}{\sqrt[3]{3x^2}} \rightarrow f'(1)=\frac{-2(\sqrt[3]{3})-\frac{2}{3}(1)^{-\frac{1}{3}}(3x^2)}{\sqrt[3]{3}}=-\frac{10}{3}$$

$$g(x)=\frac{|x-2|+\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{3x^2}} \rightarrow g'(1)=\frac{(\sqrt{3}+1)\frac{3}{2\sqrt{3x}}-(1)(\frac{2}{3\sqrt[3]{3x^2}}+1)}{\sqrt[3]{3^4}}$$

$$g'(1)=\frac{3}{2}-\frac{2}{3}=\frac{5}{6} \quad ,\quad f'(1)+g'(1)=-\frac{10}{3}+\frac{1}{6}+\frac{3}{2}=-\frac{5}{3}$$