

۱۹,۷۵ آفرین

دی ۹۴

20 JAN 2016 ■ ۱۳۳۷ ربيع الثاني

۳۰

چهارشنبه

مدرسای خانی / تکالیف دوما روی ۲۲

$$f(x) = \begin{cases} a + \sqrt{x} & x < 1 \\ b \sqrt[3]{x} & x \geq 1 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} b \frac{2x}{3\sqrt[3]{x}} & x > 1 \\ 1 & 0 < x < 1 \\ -1 & x \leq 0 \end{cases}$$

در نقطه‌ای هم‌افزایی است $\rightarrow a+1=b$

$\hookrightarrow a+1 = \frac{1}{2} \rightarrow a = -\frac{1}{2}$

$a+b = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$ ✓

در نقطه‌ای هم‌افزایی است پس
در نقطه‌ای هم‌افزایی است

$\frac{1}{2}b = 1 \rightarrow b = 2$ ✓

$$f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x} - \frac{1}{2}$$

$$g(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$f'(1) - 2g'(1) = ? = (f - 2g)'(1)$

$$g(x) = \frac{|x-2| + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}|x-2|$$

$$f(x) - 2g(x) = \frac{1}{2}|x-2| - \frac{|x-2| + \sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{-\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} \quad \text{مشتق}$$

$$-\frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} (\sqrt[3]{x^2}) - (-\sqrt{3x}) \left(\frac{2x}{3\sqrt[3]{x}} \right) = -\frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{2x\sqrt{3x}}{3\sqrt[3]{x}} \quad x=1$$

$$\frac{-\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3}}{1} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \checkmark$$

$$f(x) = \begin{cases} bx + c & ; x < a \\ \frac{1}{x} & ; x > a \end{cases} \rightarrow f'(x) = \begin{cases} b & ; x < a \\ -\frac{1}{x^2} & ; x > a \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow ba + c = \frac{1}{a} \quad b = -\frac{1}{a^2} \rightarrow (-\frac{1}{a^2})a + c = \frac{1}{a} \quad b = -\frac{1}{a^2} \\ \rightarrow c = \frac{2}{a} \quad ac = a \times \frac{2}{a} = 2 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$f(x) = \begin{cases} b & ; x < a \\ b + (x-a)^m & ; x > a \end{cases} \rightarrow f'(x) = \begin{cases} 0 & ; x < a \\ m(x-a)^{m-1} & ; x > a \end{cases} \quad (5)$$

$$f'_{-}(a) = 0 \rightarrow f'_{+}(a) \neq 0 \quad \text{لکه در نقطه ای به قول } a \text{ مشتق ناپذیر است}$$

اگر m باشد مشتق راست تابع f در a نیز برابر مشتق و تابع نقطه گوشه ای ندارد

اگر $m=1$ باشد تمام در نقطه $x=a$ گوشه ای است

اگر $m=0$ باشد آن گاه $f'_{-}(a) = f'_{+}(a)$ و تابع نقطه گوشه ای ندارد

اگر $m < 0$ باشد تابع f در $x=a$ تعریف نشده است - پس فقط به ازای $m=1$ تابع نقطه گوشه ای دارد

$$g(\sqrt[3]{2}) = \frac{1}{(\sqrt[3]{2})^3 - 1 - (\sqrt[3]{2})^2} = \frac{1}{-2-1} = -\frac{1}{3}$$

$$f(-\frac{1}{\varepsilon}) = \frac{1}{\sqrt{-\frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon}}} = (-\frac{1}{\varepsilon})^{-\frac{1}{3}} = -(\varepsilon)^{-1 \times -\frac{1}{3}} = -\varepsilon^{\frac{1}{3}} = -\sqrt[3]{\varepsilon}$$

$$\rightarrow \psi \log(n) = n$$

$$g(u) \times \psi'(g(u)) = (u)' = 1$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-|x|}}$$

$$g(x) = \frac{1}{x^3 - |x^3|}$$

$$g'(-\sqrt[3]{r}) f(g(-\sqrt[3]{r})) = \textcircled{5}$$

$$(f(g(-\sqrt[3]{r})))' =$$

$$f(g(x)) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^3 - |x^3| - |x^3 - |x^3||}}$$

1.48

$$f \circ g = \begin{cases} \frac{1}{0} \rightarrow \text{تعريف نشده} & x > 0 \\ \frac{1}{\sqrt[3]{x^3} - x^3} = \frac{1}{x\sqrt[3]{x}} & x < 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow f(g(x)) = \frac{1}{x\sqrt[3]{x}} \xrightarrow{\text{مشتق}}$$

$$(f(g(x)))' = -\frac{1}{x^2} \times \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \xrightarrow{x = -\sqrt[3]{r}} -\frac{1}{(-\sqrt[3]{r})^2} \times \frac{1}{\sqrt[3]{-r}} = -\frac{1}{\sqrt[3]{r} \times \sqrt[3]{r}} = -\frac{1}{\sqrt[3]{r^2}}$$

$$f'(y) - f(y) = r \quad y = -ax - \omega \rightarrow \begin{vmatrix} r \\ -ra - \omega \end{vmatrix}$$

$$\frac{f'(y)}{f(y)} = ? \quad \textcircled{6}$$

$$f'(y) = -a$$

$$f(y) = -ra - \omega$$

$$f'(y) - f(y) = -a + ra + \omega = r \rightarrow ra = -r \rightarrow a = -\frac{r}{r}$$

$$\frac{f(y)}{f'(y)} = \frac{\frac{r}{r}}{-1} = -r$$

سوال 1.48

$$f(x) = (x[x^r + \frac{1}{r}])^{r+1} \quad g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^3-1}} \quad (f(g(\frac{x}{\sqrt[3]{\lambda}})))' = ? \quad \textcircled{7}$$

$$g'(x) = \frac{-\frac{r}{3} x^{\frac{r}{3}-1}}{(\sqrt[3]{x^3-1})^2} \rightarrow g'(\frac{x}{\sqrt[3]{\lambda}}) = \frac{-\frac{r}{3} \times \frac{x^{\frac{r}{3}-1}}{\lambda^{\frac{r}{3}-1}}}{\sqrt[3]{((\frac{x}{\sqrt[3]{\lambda}})^3 - 1)^2}} = \frac{-\frac{r}{3} \times \frac{x^{\frac{r}{3}-1}}{\lambda^{\frac{r}{3}-1}}}{\frac{x^{\frac{r}{3}-1}}{19}} = \frac{-\frac{r}{3} \times \frac{x^{\frac{r}{3}-1}}{\lambda^{\frac{r}{3}-1}}}{\frac{x^{\frac{r}{3}-1}}{19}} = -\frac{r}{\sqrt[3]{\lambda}} = -\frac{r}{\sqrt[3]{\lambda}}$$

$$g(\frac{x}{\sqrt[3]{\lambda}}) = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{\lambda}}} = r$$

$$f'(x) = 2x(x^2 + \frac{1}{x})^2 \rightarrow f'(2) = 4 \times 14 = 56$$

$$(f(g(\frac{1}{\sqrt{x}})))' = g'(\frac{1}{\sqrt{x}}) \times f'(g(\frac{1}{\sqrt{x}})) = -\frac{1}{2\sqrt{x}} \times 56$$

$$\frac{-1 \times 56 \times \frac{1}{2\sqrt{x}}}{1} = -\frac{28}{\sqrt{x}}$$

$$f'(-1) = \frac{1}{2} \quad g(x) = f(x+1) + f(3x+1) \quad g'(-2) = ? \quad (1)$$

$$g'(x) = f'(x+1) + 3f'(3x+1) \rightarrow g'(-2) = f'(-1) + 3f'(1)$$

Case 2) $f'(x) = f'(-1) = \frac{1}{2}$, $g'(-2) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$$f(x) = (x-1)\sqrt[3]{x+1} \rightarrow f'(x) = \sqrt[3]{x+1} + (x-1) \left(\frac{1}{3\sqrt[3]{(x+1)^2}} \right) \quad (2)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(\omega-h) - f'(\omega-h) + 1}{h(\omega-h)} = \frac{0}{0} \text{ form } \xrightarrow{\text{L'Hôpital's rule}}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(\omega-h) - f'(\omega-h) + 1}{-h + \omega} = \frac{-f'(\omega) + f'(\omega) + 1}{1} = 1$$

$$f(\omega) = 2 \quad f'(\omega) = 2 + \frac{1}{12} = \frac{25}{12}$$

$$\frac{-2 \times 2 \times \frac{25}{12} + 2 \times \frac{25}{12}}{\omega} = \frac{-\frac{50}{3} + \frac{25}{6}}{\omega} = \omega \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{6} \right) = \frac{-\omega}{12}$$



(۱۰)

$$y = x^2 - 4x + 3$$

$$\rightarrow y' = 2x - 4$$

$$4y - 3x = 1 \rightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$$

$$m = \frac{1}{4} \rightarrow m' = -4 \Rightarrow 2x - 4 = -4 \rightarrow 2x = 0 \rightarrow x = 0 \text{ و } y = 1 \rightarrow (0, 1)$$

(۲)