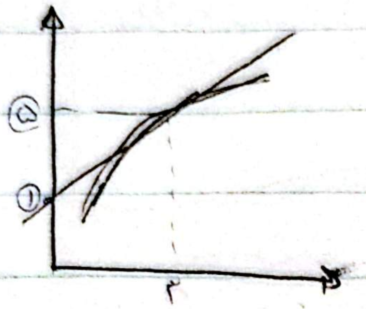
بسم الله الرحمن الرحیم

نیلو حیدری ۱۵

تکلیف شماره (۲)

سوال ①



$(۳,۵) \rightarrow \frac{۵-۱}{۳} = f'(x)$

$\boxed{f'(۳) = \frac{۴}{۳}}$ ✓

۲

سوال ③

۱,۵

$y = \frac{۲+m}{۴}$

$\rightarrow y'(۱) \rightarrow \frac{(۲x+m)(x+۳) - (۱)(x^۲+mx+۱)}{(x+۳)^۲}$

$\frac{(۲+m)(۴) - (۱)(۲+m)}{۱۶} \rightarrow \frac{(۲+m)(۳)}{۱۶} \rightarrow \frac{۶+۳m}{۱۶}$

$y - y_۰ = m(x - x_۰) \rightarrow y - \frac{۸+۴m}{۱۶} = \frac{۶+۳m}{۱۶}(x-۱)$

$۱۶y - ۸ - ۴m = ۶x + ۳mx - ۶ - ۳m \rightarrow$

$۱۶y + (۳-۳m)x = ۴m+۲ \rightarrow \frac{۱۶}{۴} = ۴$

$\frac{-۳-۳m}{۴} = -۳ \rightarrow ۳+۳m = ۱۲ \rightarrow ۳m = ۹ \rightarrow \boxed{m=۳}$

$x = \frac{۴m+۲}{۴} \rightarrow \frac{۱۲+۲}{۴} \rightarrow \frac{۱۴}{۴} \rightarrow \boxed{\frac{۷}{۲}}$

$m+n \rightarrow ۳ + \frac{۷}{۲} \rightarrow \boxed{\frac{۱۳}{۲}}$

سوال ④

$f(x) = \frac{(\cancel{۳-\sin x})(۹+\sin^۲x+۳\sin x)}{(\cancel{۳-\sin x})(۳+\sin x)} \rightarrow \frac{۹+\sin^۲x+۳\sin x}{۳+\sin x}$

$(۳g-f)'(\frac{۵\pi}{۲}) = \frac{۹}{۳+\sin x} - \frac{۹+\sin^۲x+۳\sin x}{۳+\sin x} \rightarrow \frac{-\sin^۲x-۳\sin x}{۳+\sin x}$

$(۲g - f)'(\frac{\pi}{۶}) = -\sin x \to (g-f)' = -\cos x$

$-\cos(\frac{۵\pi}{۳}) \to \boxed{= -\frac{۱}{۲}}$ ✓ ۲

* * *

سوال ⑤

$g' \cdot f'(g(x)) \to (fog)'(x)$

$g(x) \xrightarrow{x=۰} \frac{۱}{۲x-۵}$

$f(g(x)) \to -\frac{۱}{\sqrt{\frac{۲}{۲x-۵}}}$

۲

$fog(x) = \frac{-۱}{x-\frac{۵}{۵}} \to \frac{-۱}{x-۱} \to -x \to \boxed{(fog)'(x) = -۱}$ ✓

* * *

سوال ⑥

$f'(x) = g(x) + g'(x)(x) \xrightarrow{x=۰} f'(x) = g(x)$

$f'(x) = ۲\left(\frac{-۱+\sin x}{۱+\sin x}\right)\left(\frac{\cos x(۱+\sin x) - \cos x(-۱+\sin x)}{(۱+\sin x)^۲}\right)$

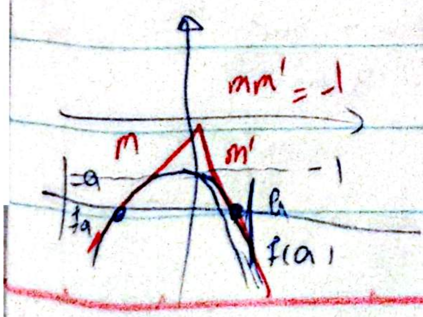
$۲\left(\frac{-۱}{۱}\right)\left(\frac{۱(۱) - (۱)(-۱)}{۱}\right) \to (-۲)(۲) \boxed{= -۴}$ ✓

۲

* * *

سوال ⑦

$y(x) = -x^۲ - ۱ \to y'(x) = -۲x$



$\to m' = -۲a \quad , m = -۲(-a) = ۲a$

$mm' = -۱ \to -۲a \cdot ۲a = -۱ \to \boxed{a = \pm\frac{۱}{۲}}$

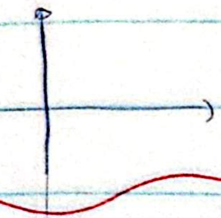
$y = -x^۲ - ۱ \to -\frac{۱}{۴} - ۱ \Rightarrow \boxed{-\frac{۵}{۴}}$ ✓

۲

**سوال ۸** خط d در نقطه (۰,۰) بر نمودار f ← $f(۰)=۰$ ← $d \to (۰,۰)$ مماس است.

$$f'(x) = \frac{۲}{۲\sqrt{x}}(۴x^۲+۳) + (۸x)(۲\sqrt{x}) \xrightarrow{x=۰} f'(x) = \infty$$

← خط عمودی و موازی با محور y ها در نقطه (۰,۰) است



۱

**سوال ۹** خط d بر نمودار تابع f(x) در نقطه‌ای مماس است ← مختصات آن نقطه هر دو صفر می‌کند ← آن نقطه (۰,۰) است ← عرض آن نقطه صفر است

٫۵

**سوال ۱۰**

$$x \to \left(\frac{\sqrt{۵}}{۲}\right)^- \to g(x) = \frac{۱}{\sqrt{x^۲-۱}} \to ۲^+ \to [x]=۲$$

$$f(x) \to (۲x^۵)^۳$$

$$(f\circ g)'(x) = \left(\frac{۲}{\sqrt{x^۲-۱}}\right)^۳ \to ۳\left(\frac{۲}{\sqrt{x^۲-۱}}\right)^۲\left(-\frac{\frac{۲x}{۲\sqrt{x^۲-۱}}\times ۲}{x^۲-۱}\right)$$

$$۳\left(\frac{۴}{x^۲-۱}\right)\left(\frac{-۲x}{(x^۲-۱)\sqrt{x^۲-۱}}\right) \xrightarrow{x\,\frac{\sqrt{۵}}{۲}} ۳\left(\frac{۴}{\frac{۱}{۴}}\right)\left(\frac{-\frac{۲\sqrt{۵}}{۲}}{\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۲}}\right)$$

$$\frac{۳\times ۱۶\times -۸\sqrt{۵}}{-۴۸\sqrt{۵}} \boxed{= ۸} \checkmark$$

۲

۲

$m = \frac{۲-۱}{۲+۱} = \frac{۱}{۳} \rightsquigarrow f'(x) = \frac{a}{۲\sqrt{ax-۱}} = \frac{۱}{۳} \rightsquigarrow ۳a = ۲\sqrt{ax-۱}$

مماس $= y = \frac{۱}{۳}x + \frac{۴}{۳} \rightsquigarrow x+۴ = ۳\sqrt{ax-۱} \rightsquigarrow x+۴ = \frac{۳a}{۲}(۳) = \frac{۹a}{۲}$

$x = ۴,۵a - ۴ \rightsquigarrow ۴,۵a - ۴ + ۴ = ۳\sqrt{a(۴,۵a-۴)-۱} \rightsquigarrow ۹a^۲ - ۱۶a - ۴ = ۰ \Rightarrow a = ۲ \checkmark$

یا $a = -\frac{۲}{۹}$ ×

$f(۵) = \sqrt{۱۰-۱} = \sqrt{۹} = \boxed{۳}$

---

۳

$x = ۱ \longrightarrow y = \frac{۲+m}{۴}$

$y' = \frac{(\overset{m+۲}{\cancel{۲x+m}})(\overset{۴}{\cancel{x+۳}}) - (\overset{m+۲}{\cancel{x^۲+mx}}+۱)}{\underset{۴^۲}{(\cancel{x+۳})^۲}} = \frac{۳m+۶}{۱۶} = \frac{۳}{۴} \rightsquigarrow \boxed{m=۲}$

$y = \frac{۳}{۴}x + \frac{n}{۴} \rightsquigarrow \frac{۳+n}{۴} = \frac{۲+۲}{۴} \rightsquigarrow \boxed{n=۱}$

$\boxed{m+n=۳}$

---

۴

$y = mx \longrightarrow \frac{\sqrt{a}}{-۲a^۲+a+۱} = ma \longrightarrow \frac{۱}{-۲a^۲+a+۱} = m\sqrt{a}$

$m\sqrt{a}(-۲a^۲+a+۱) = ۱ \longrightarrow -۲m(a^{\frac{۵}{۲}}) + m(a^{\frac{۳}{۲}}) + m(a)^{\frac{۱}{۲}} = ۱ \xrightarrow{\text{مشتق}}$

$-۵m(a^{\frac{۳}{۲}}) + \frac{۳}{۲}m(a^{\frac{۱}{۲}}) + \frac{m}{۲}(a^{-\frac{۱}{۲}}) = ۰$

$\frac{m}{۲}(a^{-\frac{۱}{۲}})(-۱۰a^۲+۳a+۱) = ۰ \rightsquigarrow a = -\frac{۱}{۵}$ یا $\overset{\checkmark}{a = \frac{۱}{۲}}$ $(a>۰)$

$f(a) = \frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{-۲(\frac{۱}{۴}) + \frac{۱}{۲} + ۱} = \frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۱} = \boxed{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}$

۸

$$f(x) = ۸x^{\frac{۵}{۲}} + ۶x^{\frac{۱}{۲}} \longrightarrow f'(x) = ۲۰ \cdot x^{\frac{۳}{۲}} + ۳x^{-\frac{۱}{۲}}$$

معادله‌ی خط مماس در نقطه‌ی $x=a$ برابر است با:

$$y - ۲\sqrt{a}(۴a^۲+۳) = \frac{۲۰a^۲+۳}{\sqrt{a}}(x-a)$$

$$x, y = ۰ \rightsquigarrow \cancel{-}۲\sqrt{a}(۴a^۲+۳) = \frac{۲۰a^۲+۳}{\sqrt{a}}(\cancel{-}a) \rightsquigarrow ۲\cancel{a}(۴a^۲+۳) = ۲۰a^۲+۳(\cancel{a})$$

$$۸a^۲+۶ = ۲۰a^۲+۳ \longrightarrow ۱۲a^۲ = ۳ \longrightarrow \boxed{a = \pm\frac{۱}{۲}} \rightsquigarrow a > ۰ \rightsquigarrow a = \frac{۱}{۲}$$

$$m = ۲۰(۲^{-۱ \times \frac{۳}{۲}}) + ۳(۲^{-۱(-\frac{۱}{۲})}) = \boxed{۸\sqrt{۲}}$$