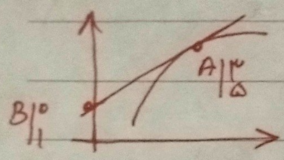
DATE: ۱۲/۱ SUBJECT: آفرین ۱۹/۵ تکلیف ۲۴ نام: آرمان قنبری

۱-



$x=3$ شیب معادله مماس $= f'(3)=\frac{5-1}{3-0}=\frac{4}{3}$

۲- معادله مماس: $y-1=\frac{1}{3}(x+1) \to y=\frac{x}{3}+\frac{4}{3} \to \frac{x+4}{3}=\sqrt{ax-1}$ $(\Delta=0)$

$\Rightarrow x^2+(8-9a)x+25=0 \to \begin{cases} 8-9a=10 \to a=-\frac{2}{9} \to f(5)=\sqrt{-\frac{19}{9}} \times \\ 8-9a=-10 \to a=2 \to f(5)=3 \checkmark \end{cases}$

۳- $y'=\frac{(2x+m)(x+3)-(x^2+mx+1)}{(x+3)^2} \xrightarrow{x=1} \frac{3(2+m)}{16}=\frac{3}{4} \to m=2$

نقطه مشترک: $(1,1) \to f(1)-3(1)=n=-1, \; m+n=3$

۴- $g'(x)=\frac{-3\cos x}{(3+\sin x)^2} \to 3g'(x)=\frac{-9\cos x}{(3+\sin x)^2}$ I

$f(x)=\frac{(3-\sin x)(9+3\sin x+\sin^2 x)}{(3-\sin x)(3+\sin x)} \to f'(x)=\cos x-9\frac{\cos x}{(3+\sin x)^2}$ II

$\text{I}-\text{II}=-\cos x \xrightarrow{x=\frac{5\pi}{3}} -\frac{1}{2}$

۵- $\left(f\circ g(\sqrt[5]{3})\right)'=? \Rightarrow g(x)=\frac{1}{2x^5}, \; f(x)=-(2x)^{-\frac{1}{5}} \Rightarrow f\circ g=-x$

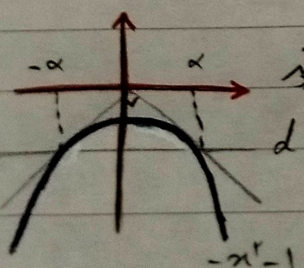
$\Rightarrow (f\circ g)'(x)=-1 \xrightarrow{x=\sqrt[5]{3}} (f\circ g)'=-1$

۶- $f(x)=\frac{\sin^2 x-2\sin x+1}{\sin^2 x+2\sin x+1}=\cancel{1}+\frac{-4\sin x}{(\sin x+1)^2}=xg(x)+\cancel{1}$

$g(x)=\frac{-4\sin x}{x(\sin x+1)^2} \to \lim_{x\to 0} g(x)=? \to$ ابهام $\frac{0}{0}$ داریم: $g(x)=\frac{-4x}{x(x+1)^2}$

$\xrightarrow{Hop} \frac{4}{3x^2+4x+1}=-4$

۷-



$f(x)=-x^2-1 \to f'(x)=-2x$

دو خط بر هم عمودند $\Rightarrow f'(\alpha)\times f'(-\alpha)=-1 \to -2\alpha\times 2\alpha=-4\alpha^2=-1$

$d \to \alpha=\pm\frac{1}{2}, \; f(\alpha)=f(-\alpha)=-\frac{5}{4}=d$

فاصله تا محور $=\frac{5}{4}$

FABER-CASTELL

DATE : SUBJECT :

$d: y = mx \xrightarrow[\text{مماس بر}]{\text{در } x=a} ma = f(a) \,,\, m = f'(a) \,,\, f'(x) = ۲۰x^{\frac{۳}{۲}} + ۳x^{-\frac{۱}{۲}} \quad I$ — ۸

$\Rightarrow m = \frac{f(a)}{a} = \frac{۸a^{\frac{۵}{۲}} + ۶a^{\frac{۱}{۲}}}{a} = ۸a^{\frac{۳}{۲}} + ۶a^{-\frac{۱}{۲}} \quad II \rightsquigarrow I = II$

$\Rightarrow ۱۲a^{\frac{۳}{۲}} - ۳a^{-\frac{۱}{۲}} = ۰ \longrightarrow ۳a^{-\frac{۱}{۲}}(۴a^{۲} - ۱) = ۰ \longrightarrow a = \frac{۱}{۲}$ ۳

$m = f'(\frac{۱}{۲}) = ۲۰(\frac{۱}{۲})^{\frac{۳}{۲}} + ۳(\frac{۱}{۲})^{-۱} = ۸\sqrt{۲}$

$y = mx \xrightarrow{\text{مطابق قبل مماس}} f'(x) = \frac{\frac{۱}{۲\sqrt{x}}(-۲x^{۲} + x + ۱) - (-۴x + ۱)(\sqrt{x})}{(-۲x^{۲} + x - ۱)^{۲}} = \frac{f(x)}{x}$ — ۹

$= \frac{۱}{\sqrt{x}(-۲x^{۲} + x + ۱)} \xrightarrow[x=a]{\text{ازین تساوی میرسیم}} ۴a^{۲} - ۱ = ۰ \,,\, a = \frac{۱}{۲} \Rightarrow f(\frac{۱}{۲}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲

$f'(\underbrace{g(\frac{\sqrt{۵}}{۲})}_{۲}) \times g'(\frac{\sqrt{۵}}{۲}) = ? \quad g'(x) = \frac{\frac{-۲x}{۲\sqrt{x^{۲}-۱}}}{x^{۲}-۱} \xrightarrow{x = \frac{\sqrt{۵}}{۲}} g'(\frac{\sqrt{۵}}{۲}) = -۴\sqrt{۵}$ — ۱۰

$f'(x) = ۳x^{۲} \longrightarrow f'(۲) = ۱۲ \rightsquigarrow ? = ۴۸\sqrt{۵} \,,\, \frac{۴۸\sqrt{۵}}{-۴۸\sqrt{۵}} = -۱$

۱۵

$$g(x) = (x^2-1)^{-\frac{1}{2}} \longrightarrow g'(x) = -\frac{1}{2}(2x)(x^2-1)^{-\frac{3}{2}}$$ ۱۰

$$g'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) = -\frac{1}{2}(\sqrt{5})\left(\frac{5}{4}-1\right)^{-\frac{3}{2}} \longrightarrow -\frac{\sqrt{5}}{2}\left(\underbrace{\cancel{2^{-2\left(-\frac{3}{2}\right)}}}_{8}\right) = -4\sqrt{5}$$

$$g\left(\frac{\sqrt{5}}{2}^-\right) = \frac{1}{\sqrt{\frac{5^-}{4}-1}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}^-}} = \frac{1}{\frac{1}{2}^-} = 2^+$$

$$f'(2^+) = \left((2x)^3\right)' = 24x^2 = 24 \times 4$$

$$fog'\left(\frac{\sqrt{5}^-}{2}\right) = -4\sqrt{5} \times 24 \times 4 \xrightarrow{\div -48\sqrt{5}} \frac{\overset{2}{\cancel{24}} \times \cancel{4} \times -4\sqrt{5}}{-\cancel{48}\sqrt{5}} = \boxed{8}$$