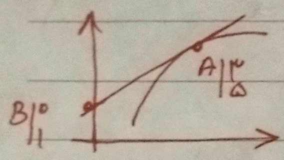
DATE: ۱۲/۱ SUBJECT: تکلیف ۲۴ — نام: ... قنبری



$x=۳$ شیب مماس در $= f'(۳) = \frac{۵-۱}{۳-۰} = \frac{۴}{۳}$ —۱

معادله خط مماس: $y-۱ = \frac{۱}{۳}(x+۱) \to y = \frac{x}{۳}+\frac{۴}{۳} \to \frac{x+۴}{۳} = \sqrt{ax-۱}$ $(\Delta=۰)$ —۲

$\Rightarrow x^۲+(۸-۹a)x+۲۵=۰ \to \begin{cases} ۸-۹a=۱۰ \to a=-۲/۹ \to f(۵)=\sqrt{\frac{-۱۹}{۹}} & \times \\ ۸-۹a=-۱۰ \to a=۲ \to f(۵)=۳ & \checkmark \end{cases}$

$y' = \frac{(۲x+m)(x+۳)-(x^۲+mx+۱)}{(x+۳)^۲} \xrightarrow{x=۱} \frac{۳(۲+m)}{۱۶} = \frac{۳}{۴} \to m=۲$ —۳

نقطه تماس: $(۱,۱) \to f(۱)-۳(۱) = n = ۱ \ , \ m+n=۳$

$g'(x) = \frac{-۳\cos x}{(۳+\sin x)^۲} \to ۳g'(x) = \frac{-۹\cos x}{(۳+\sin x)^۲}$ I —۴

$f(x) = \frac{(۳-\sin x)(۹+۳\sin x+\sin^۲ x)}{(۳-\sin x)(۳+\sin x)} \to f'(x) = \cos x - ۹\frac{\cos x}{(۳+\sin x)^۲}$ II

$\mathrm{I} - \mathrm{II} = -\cos x \xrightarrow{x=\frac{۵\pi}{۳}} -\frac{۱}{۲}$

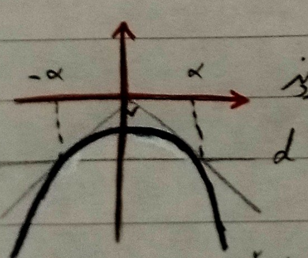
$\left(fog(\sqrt[۵]{۳})\right)' = ? \Rightarrow g(x) = \frac{۱}{۲x^۵} \ , \ f(x) = -(۲x)^{-\frac{۱}{۵}} \Rightarrow fog = -x$ —۵

$\Rightarrow (fog)'(x) = -۱ \xrightarrow{x=\sqrt[۵]{۳}} (fog)' = -۱$

$f(x) = \frac{\sin^۲ x - ۲\sin x + ۱}{\sin^۲ x + ۲\sin x + ۱} = \cancel{۱} + \frac{-۴\sin x}{(\sin x+۱)^۲} = x\,g(x) + \cancel{۱}$ —۶

$g(x) = \frac{-۴\sin x}{x(\sin x+۱)^۲} \to \lim_{x\to ۰} g(x) = ? \rightsquigarrow$ برای x نزدیک صفر، هم ارزی: $g(x) = \frac{-۴x}{x(x+۱)^۲}$

$\xRightarrow{Hop} \frac{۴}{۳x^۲+۴x+۱} = -۴$



$f(x) = -x^۲-۱ \to f'(x) = -۲x$ —۷

دو خط بر هم عمودند $\Rightarrow f'(\alpha)\times f'(-\alpha) = -۱ \to -۲\alpha \times ۲\alpha = -۴\alpha^۲ = -۱$

$d \to \alpha = \pm\frac{۱}{۲} \ , \ f(\alpha) = f(-\alpha) = -\frac{۵}{۴} = d$

فاصله تا مبدا $= \frac{۵}{۴}$

DATE : SUBJECT :

$d: y = mx \xrightarrow[\text{مماس باشد}]{\text{اگر در } x=a} ma = f(a)\,,\ m = f'(a)\ ,\ f'(x) = 20x^{\frac{3}{2}} + 3x^{-\frac{1}{2}}\quad \mathrm{I}$ ـ ۸

$\Rightarrow m = \frac{f(a)}{a} = \frac{8a^{\frac{5}{2}} + 4a^{\frac{1}{2}}}{a} = 8a^{\frac{3}{2}} + 4a^{-\frac{1}{2}}\ \mathrm{II} \rightsquigarrow \mathrm{I} = \mathrm{II}$

$\Rightarrow 12a^{\frac{3}{2}} - 3a^{-\frac{1}{2}} = 0 \longrightarrow 3a^{-\frac{1}{2}}(4a^2 - 1) = 0 \longrightarrow a = \frac{1}{2}$

$m = f'\left(\frac{1}{2}\right) = 20\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2}} + 3\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 8\sqrt{2}$

$y = mx \xrightarrow{\text{مثل سوال قبل}} f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(-2x^2+x+1) - (-4x+1)(\sqrt{x})}{(-2x^2+x-1)^2} = \frac{f(x)}{x}$ ـ ۹

$= \frac{1}{\sqrt{x}\,(-2x^2+x+1)} \xrightarrow[x=a]{\text{از تساوی دو طرف}} 4a^2 - 1 = 0\,,\ a = \frac{1}{2} \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$f'(\underbrace{g(\tfrac{\sqrt{5}}{2})}_{2}) \times g'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) = ?\qquad g'(x) = \frac{\frac{-2x}{2\sqrt{x^2-1}}}{x^2-1} \xrightarrow{x=\frac{\sqrt{5}}{2}} g'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) = -4\sqrt{5}$ ـ ۱۰

$f'(x) = 3x^2 \longrightarrow f'(2) = 12 \rightsquigarrow ? = 48\sqrt{5}\ ,\ \frac{48\sqrt{5}}{-48\sqrt{5}} = -1$