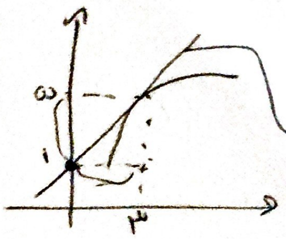
مهدیس حبیبی — تکلیف ۲۴

①



$F'(۳) = ?$ ⟶ برابر با شیب خط مماس بر منحنی در نقطه ۳ است

$m = \dfrac{۵-۱}{۳} = \dfrac{۴}{۳}$

---

②

$F(x) = \sqrt{ax-1}$

$(-۱,۱) \quad (۲,۲)$

شیب خط مماس $= \dfrac{۲-۱}{۲-(-۱)} = \dfrac{۱}{۳}$

$F'(x) = \dfrac{a}{۲\sqrt{ax-1}} \longrightarrow F'(A) = \dfrac{۱}{۳} \to \dfrac{a}{۲\sqrt{aA-1}} = \dfrac{۱}{۳} \to a=۱$

$F(۵) = \sqrt{۵-۱} = ۲$

---

③

$y = \dfrac{x^۲+mx+۱}{x+۳}$

$۴y - ۳x = n \to ۴y = ۳x+n \to y = \dfrac{۳}{۴}x + \dfrac{n}{۴}$

شیب خط مماس بر منحنی در نقطه‌ی $(۱,۰)$!

$y' = \dfrac{۲x+m}{۱} \to \dfrac{۳}{۴} = ۲+m \to m = \dfrac{۳}{۴} - \dfrac{۸}{۴} = \dfrac{-۵}{۴}$

$x=۱ \to \dfrac{۱-\frac{۵}{۴}+۱}{۳+۱} = \dfrac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۴}{۱}} = \dfrac{۳}{۱۶}$

$(۱, \frac{۳}{۱۶})$ → باید در معادله خط مماس نیز صدق کند

$\Rightarrow \dfrac{۳}{۱۶} = \dfrac{۳}{۴}\cdot\dfrac{۴}{۴} + \dfrac{n}{۴}$

$\dfrac{۳}{۱۶} - \dfrac{۱۲}{۱۶} = \dfrac{n}{۴} \to \dfrac{-۹}{۴\times۴} = \dfrac{n}{۴}$

$n = \dfrac{-۹}{۴}$

$m+n = \dfrac{-۵}{۴} - \dfrac{۹}{۴} = \dfrac{-۱۴}{۴} = -۳/۵$

---

④

$F(x) = \dfrac{۲۷-\sin^۳ x}{۹-\sin^۲ x} \qquad g(x) = \dfrac{۳}{۳+\sin x} \qquad ۳g'(\frac{۵\pi}{۳}) - F'(\frac{۵\pi}{۳})$

$F(x) = \dfrac{(۳-\sin x)(۹+۳\sin x+\sin^۲ x)}{(۳-\sin x)(۳+\sin x)} = \dfrac{۹+۳\sin x+\sin^۲ x}{۳+\sin x} \to F'(x) = (۲\sin x(\cos x) + ۳\cos x)($

$g'(x) = \dfrac{-۳(\cos x)}{(۳+\sin x)^۲} \to g'(\frac{۵\pi}{۳}) = \dfrac{-\frac{۳}{۲}}{۹+\frac{۳}{۴}+۳\sqrt{۳}}$

$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

⑤

$F(x) = -\frac{1}{\sqrt[5]{x+|x|}}$ $\quad g(x) = \frac{1}{x^5 + \frac{|x^5|}{2}}$ $\quad g'(\sqrt[5]{3})\,F'(g(\sqrt[5]{3}))$ → $(Fog)'(x)$

$Fog(x) = \frac{-1}{\sqrt[5]{\frac{1}{\frac{3x^5}{2}} + \frac{1}{3x^5}\ \frac{4}{3x^5}}} = \frac{-1}{\frac{1}{x}} = -x$

$Fog'(x) = -1$

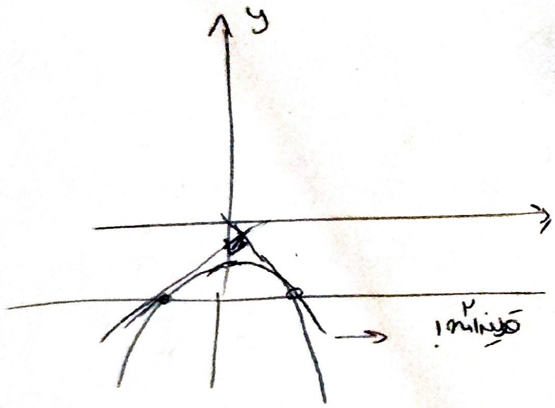
⑥

$F(x) = \left(\frac{-1+\sin x}{1+\sin x}\right)^2$ $\quad f(x) = x(g(x)) + 1$ → $F'(x) = xg'(x) + g(x)$

→ $\frac{\sin^2 x + 1 - 2\sin x}{\sin^2 x + 1 + 2\sin x} = xg(x) + 1$

$g(x) = \frac{\frac{\sin^2 x - 2\sin x + 1}{\sin^2 x + 1 + 2\sin x} - 1}{x}$ → صفر صفر
مشتق‌پذیر

⑦



x^2+1 قرینه → $-x^2-1$

$y' = -2x$

$y' = -2x$

$\frac{-1}{+2x} = \frac{+2(-x)}{1}$ → $-4x^2 = -1$ → $x^2 = \frac{1}{4}$

$x = \pm\frac{1}{2}$

$y = -x^2 - 1$ → $x = +\frac{1}{2}$ → $y = -\frac{1}{4} - \frac{4}{4}$ → $-\frac{5}{4}$ → بین صفر و منفی
تا ۵/۴ مختصات
۵/۴ است!

⑧

$F(x) = 2\sqrt{x}(4x^2+3)$ → $F(0) = 0$ → در نتیجه در نقطه (۰،۰)
خط d به منحنی مماس است

→ $F'(x) = \frac{2}{2\sqrt{x}}(4x^2+3) + 2\sqrt{x}(8x)$ → $F'(0) = \infty$ → بی‌نهایت
d = صفر

(52)

$g'(\sqrt{\frac{\omega}{\tau}}) = \frac{1}{\frac{1}{\tau}} = (\tau+)$

$F(\omega) = (\omega[\omega])^{\omega}$ $\quad g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\omega^{\tau}-1}} \rightarrow \frac{\tau\omega}{\tau\sqrt{\omega^{\tau}-1}} = g'(\omega)$ (10)

$(fog)'(\sqrt{\frac{\omega}{\tau}}) = ?$

$g'(\sqrt{\frac{\omega}{\tau}}) = \frac{\tau \times \sqrt{\omega}}{\tau} = (\sqrt{\omega})$

$\rightarrow F'(g(\sqrt{\frac{\omega}{\tau}})) * (g'(\sqrt{\frac{\omega}{\tau}}))$

$\omega^{\omega}(\omega[\omega])^{\tau}([\omega]) = F(\omega) \rightarrow F'(\tau+) = \omega^{\omega}(\tau(\tau))^{\tau}(\tau) = (99)$