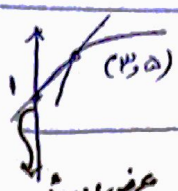
سوال ۱ ←



$f'(۳)$ ← شیب خط مماس بر آن نقطه

$a = ۳a + ۱$

$\frac{۴}{۳} = a \rightarrow f'(۳) = \frac{۴}{۳}$

سوال ۲ ← ابتدا معادله‌ی خط گذرنده از نقطه‌ی A را پیدا می‌کنیم

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \text{شیب} = \frac{۲-۱}{۲+۱} = \frac{۱}{۳} \rightarrow \frac{۱}{۳} \times -۱ + b = ۱$

$b = \frac{۴}{۳}$

$\Rightarrow y = \frac{۱}{۳}x + \frac{۴}{۳}$ می‌دانیم خطوط و تابع مورد سوال فقط در ۱ نقطه برخورد دارند

$\frac{۱}{۳}x + \frac{۴}{۳} = \sqrt{ax-۱}$

$\hookrightarrow (x+۴)^۲ = ۹(\sqrt{ax-۱})^۲ \rightarrow x^۲ + ۸x + ۱۶ = ۹ax - ۹$

$x^۲ + (۱۷ - ۹a)x + ۲۵ = ۰ \rightarrow \Delta = ۰ \rightarrow (۱۷-۹a)^۲ - ۱۰۰ = ۰$

$\Rightarrow ۱۷ - ۹a = ۱۰ \rightarrow a = \frac{۷}{۹} \rightarrow f(a)$ تابع α

$۱۷ - ۹a = -۱۰ \rightarrow a = ۳ \rightarrow f(a) = \sqrt{۳ \times ۳ - ۱} = ۲$ ③

سوال ۳ ← ابتدا مشتق را پیدا می‌کنیم و مساوی با شیب خط قرار می‌دهیم

$\frac{\text{شیب}}{\text{نقطه ۱}} = \frac{۳}{۴} = \frac{(۲+m)(۴) - (۱)(۱+m+۱)}{۴^۲}$

$\rightarrow ۳ = \frac{۶ + ۳a}{۴} \rightarrow ۱۰ = \frac{۲+m}{۴} \rightarrow m = ۳۸ = ۲$

از طرفی مقدار $n=۱$ در هر ۲ معادله برابر است ←

$x=۱ \rightarrow y = \frac{۱+۲+۱}{۱+۳} = ۱ \Rightarrow ۴ \times ۱ - ۳^n \times ۱ = n$

$n = ۱$

$m+n = ۲+۱ = ۳$

سوال ۴ ←

$f(x) = \frac{(۳ - \sin x)(۹ + \sin^۲ x + ۳\sin x)}{(۳ - \sin x)(۳ + \sin x)}$

$۳g'(\frac{۵\pi}{۳}) - f'(\frac{۵\pi}{۳}) = (۳g(\frac{۵\pi}{۳}) - f(\frac{۵\pi}{۳}))'$

$= \frac{-۹ - ۹ - \sin^۲ x - ۳\sin x}{۳ + \sin x} = \frac{-\sin x(\sin x + ۳)}{\sin x + ۳}$

$(-\sin(\frac{۵\pi}{۳}))' = -\cos(\frac{۵\pi}{۳}) = -\frac{۱}{۲}$

سوال ۵ ←

$g'(۵\sqrt{۳}) \cdot f'(g(۵\sqrt{۳})) = (fog)'$

$fog(x) = -\frac{۱}{۵\sqrt{\frac{۱}{۲۵x} + \frac{۱}{۲۵x}}} = -\frac{۱}{۵\sqrt{\frac{۳}{۲۵x}}}$

$= -\frac{۱}{\frac{۱}{x}} = -x \rightarrow y' = (-x)' = -۱$

سوال ۶ ←

$\left(\frac{-۱ + \sin x}{۱ + \sin x}\right)^۲ = x\,g(x) + ۱$

$= \frac{\sin^۲ x + ۱ - ۲\sin x}{(\sin^۲ x + ۱ + ۲\sin x)} - ۱ = x\,g(x)$

$\frac{\sin^۲ x + ۱ - ۲\sin x - \sin^۲ x - ۱ - ۲\sin x}{(\sin^۲ x + ۱ + ۲\sin x) \times x} = g(x)$

$\frac{-۴\sin x}{(\sin x + ۱)^۲ x} = g(x)$ از ۲ طرف $\lim_{x \to ۰}$ ← $x \sim \sin x$ زیرا به صفر میل می‌کند

$= \frac{-۴\sin x}{(\sin x + ۱)^۲ \sin x} = -۴$ ④

سوال ۷ ← مماس‌های رسم شده بر روی تابع فرد است

$f(x_۱) = a$ و $f(x_۲) = -a$

از طرفی بر هم عمود هستند یعنی ۲ عدد هم قرینه و هم معکوس یکدیگر می‌باشند تنها اعدادی که این شرایط را دارند ۱ و ۱- هستند

$\hookrightarrow y' = ۲x = ۱ \rightarrow x = \frac{۱}{۲} \rightarrow$

$y = \frac{۱}{۴} + ۱ = \frac{۵}{۴}$ ④ معادله خط $y = \frac{۵}{۴}$ فاصله‌ی مبدا $= \frac{۵}{۴}$

سوال ۸ ← $y = ax$ وقتی بر نمودار مماس می‌شود که $y =$ مشتق $\times x$

$\hookrightarrow (۲\sqrt{x}(۴x^۲ + ۳) = \frac{۱}{۲\sqrt{x}}(۴x^۲ + ۳) + (۱x)(۲\sqrt{x}))x\sqrt{x}$

$= ۲x(۲x^۲ + ۳) = (۴x^۲ + ۳ + ۸x^۲) \times x$

$-۱۲x^۳ + ۳x = ۰ \rightarrow x = ۰$ ✗

$\hookrightarrow x = \frac{۱}{۲} \rightarrow$ قابل قبول

$\hookrightarrow x = -\frac{۱}{۲}$ ✗

$\text{شیب} = \frac{۱}{۲\sqrt{\frac{۱}{۴}}}(۱+۳) + (۴)(۲\sqrt{\frac{۱}{۴}}) = ۸\sqrt{۲}$

سوال ۹ ← همانند سوال قبل مشتق $y = x \times$

$\frac{\sqrt{x}}{-۲x^۲ + x + ۱} = x \times \left(\frac{\frac{۱}{۲\sqrt{x}}(-۲x^۲ + x + ۱) - (-۴x + ۱)}{(-۲x^۲ + x + ۱)^۲}\right)$

$\sqrt{x}(-۲x^۲ + x + ۱) = x\sqrt{x} \times \left(\frac{۱}{۲\sqrt{x}}(-۲x^۲ + x + ۱) + ۴x - ۱\right)$

$-x^۲ + \frac{x}{۲} + \frac{۱}{۲} = ۴x\sqrt{x} - \sqrt{x}$

باید این معادله را حل کرده و جواب آن را در معادله‌ی اولیه گذاشت تا ای نقطه A به دست آید

Generated by CamScanner

$$\frac{1}{\sqrt{m^2-1}} \xrightarrow{m=\frac{\sqrt{5}}{2}} \frac{1}{\sqrt{\frac{5}{4}-1}} = 2 \qquad \lim_{m\to\frac{\sqrt{5}}{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{m^2-1}}\right)\uparrow = 2^+$$

سوال ۱۵ ← با کم شدن مقدار m ← m^2 کم می‌شود ← $1-m^2$ کم می‌شود ← مخرج کم می‌شود ← کل کسر زیاد می‌شود

$$\hookrightarrow [m]=2 \longrightarrow \left((m[m])^3\right)' = \left((2m)^3\right)' = 3\times 8m^2 \xrightarrow{m=\frac{\sqrt{5}}{2}} \frac{24\times 15}{4} = 90$$

$$\frac{90\sqrt{5}}{-48\sqrt{5}} = \frac{-\sqrt{5}}{8}$$

Generated by CamScanner