Date: .... Subject: ....

عسل خبازیان — تکلیف ۲۴ — دوازدهم دختر B

★ اگه یه روز یکی بگه احمقانه ترین تکلیفی که تو این ۳ سال نوشتم کدومه قطعا همین تکلیفه

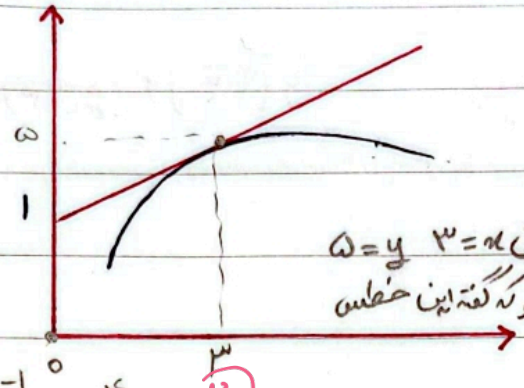
۱۶٫۷۵

۱ـ تناسب شیبشو اصلا نگرفتم برا همین چیزی نشد

حوصله توضیح هم ندارم

خط مماس بر f در $(۳و۵)$

$f'(۳) = ?$



اینجا می‌گم گفته خط مماس در نقطه (۳و۵) خب یعنی وقتی $x = ۳$ $y = ۵$

حالا $f'(۳)$ یعنی شیب خط مماس توی نقطه ۳ خط مماسشو که گفته این خطس

فقط باید شیبشو بدست بیاریم ← که $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ میشه

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = f'$ ↪ $\frac{۵-۱}{۳-۰} = \frac{۴}{۳}$

۲

۲ـ خط مماس بر $f(A)$ از نقاط $(۱و-۱)$ و $(۲و۲)$ گذشته ? $= f(۵)$ $\quad f(x) = \sqrt{ax-1}$

مشتق $\sqrt{ax-1}$ میشه $\frac{a}{۲\sqrt{ax-1}}$ شاید جبرا چون مشتق $\sqrt{u}$ میشه $\frac{u'}{۲\sqrt{u}}$ حالا نقاط مساوی که داده باید رو اون خط باشه که شیبش

مشتق ما بوده یعنی در واقع توی معادله $y = \frac{a}{۲\sqrt{ax}}(x) + b$ باید صدق کنه هر ۲ تا رو میذاریم

$\frac{۲a}{۲\sqrt{۲a-1}} + b = ۲$

$\frac{-1a}{۲\sqrt{-a-1}} + b = 1$

اول دامنه a هارو پیدا کنم $۲a - 1 > ۰$

$(a > \frac{1}{۲})$ I

۱٫۵

دامنه باگ داره یا من خنگم؟

$-a-1 > ۰$

$(a < -1)$ II

← چرا دامنه‌ی مشتق حساب کنم؟ :(

۳ـ معادله خط مماس بر $f(1)$ ← $۴y - ۳x = n$ $\quad f(x) = \frac{x^2 + mx + 1}{x+۳}$ $\quad m + n = ?$ ۳

عام نمی‌دونم چقدر احتمالش که دیگر بگیرم ولی خب

$\begin{vmatrix} 1 & m & 1 \\ ۰ & 1 & ۳ \end{vmatrix}$ ... ×۲ میشه

$\frac{x^2 + ۶x + ۳m - 1}{(x+۳)^2}$ $\xleftarrow{x=1}$ $\frac{۶ + ۳m}{۱۶} = \frac{۳}{۴}$ → $۲ + m = ۴$ $\quad (m = ۲)$

۲

شیب بوده $\frac{۳}{۴}$ ← $\frac{n + ۳x}{۴} = y$

$f(x) = \frac{x^2 + ۲x + 1}{x+۳} \xrightarrow{x=1} 1 = \frac{۳(1) + n}{۴} \quad n = 1$

در ازای ۱ هم y معادله خط مماس و هم تابع یکیه چون بر هم مماسند یا همون یه نقطه برخورد با اون x دارند پس تو اون نقطه (x,y) برابر تون یکیه

۴ـ $۳g'(\frac{۵\pi}{۳}) - f'(\frac{۵\pi}{۳}) = ?$ $\quad f(x) = \frac{۲۷ - \sin^3 x}{۹ - \sin^2 x}$ & $g(x) = \frac{۳}{۳ + \sin x}$

از اونجا که عبارتامون یکم زیادی چیز به عددن ترجیحم یه کاری کنم مشتق عبارت ساده‌تری بگیرم هم چون اعداد داده شده به عنوان x یک نه و هم چون منها که احتمالا مشتق تقسیم بود. ولی خب حالا باز هم اول ببینیم چقدر ریشه ساده‌ش کرد تا اشتباه نشه باید چون پریز دارند از منها بریم

$\frac{(۳ - \sin x)(۹ + \sin^2 x + ۳\sin x)}{(۳ - \sin x)(۳ + \sin x)}$ $\quad ۳g' - f' = (۳g - f)'$

۲

$\frac{۹ - ۹ - \sin^2 x - ۳\sin x}{۳ + \sin x} = -\frac{\sin x(\sin x + ۳)}{۳ + \sin x} \xrightarrow{\text{مشتق}} -\cos \frac{۵\pi}{۳} = -\frac{1}{۲}$

Date:

Subject:

عسل خبازیان تکلیف ۲۴ دوازدهم دختر B

۵- میگه امن این یه سوالو ؟ $= \left(g'(\sqrt[5]{3})\, f'(g(\sqrt[5]{3}))\right)$

$f(x) = -\dfrac{1}{\sqrt[5]{x+|x|}}$ & $g(x)=\dfrac{1}{x^5+|x^5|}$

هرسری اسکلم ۲ بار تکلیف بوده

۱ بار شبیهش تو امتحان نمون توQ۵ هم ۳ بار حذابش کردم ... بسه دیگه خواهشا این یه سوال

اونی که داده چیزی شبیه صورت سوال $(fog)'(x)$ پس بریم یه fog بسازیم خب x تا بره تو مخرج ۲ برابر بزرگتر از ۰ بوده پس $x>0$ بوده $\Leftarrow$ $g(x) = \dfrac{1}{2x^5}$ حالا بریم سراغ

fog ساختن باید جای x های $f(x)$، g بزاریم که خب + بوده g مون پس $\Leftarrow$ $\dfrac{-1}{\sqrt[5]{2x}}$ $\Leftarrow$ $-x = \dfrac{-1}{\sqrt[5]{\dfrac{2\times 1}{2x^5}}}$

حالا مشتق -1

۲

۶- $f(x) = \left(\dfrac{-1+\sin x}{1+\sin x}\right)^2$ $f(x) = xg(x)+1$ $\lim_{x\to 0} g(x) = ?$ $1\times g'(x) = ?$ شد

خب یه Hop مون روی خواسته سوال شد f خب پس کلا بریم تو کار مشتق گرفتن که جای g' پیدا کنیم اینکه مشتق بگیریم f' تو عبارتمون پیدا میشه

اینم که فلش از دو مشتق می گیریم که f' داشته باشیم بریم که مسیرو پیاده کنیم

$f'(x) = xg'(x) + g(x) + 0$

$f'(x) = 2x\, \dfrac{(\cos x)(1+\sin x) - (\cos x)(\sin x - 1)}{(1+\sin x)^2} \times \left(\dfrac{-1+\sin x}{1+\sin x}\right)$ ۱٫۷۵

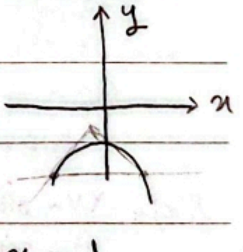
میتونی مثل تابع همونه اینکه مشتق بگیری و بعد از مشتق sinx ضرب کنی

$\dfrac{2\cos x\,(1+\sin x - \sin x + 1)}{(1+\sin x)^3} = \dfrac{2\times 2}{1} = 4 = f'(x)$

$4 = (0)(g'(x)) + g(x) \Rightarrow g(x) = 4$ نباید صورت سوالو ... میگرفتم غلط نیست ولی نیاز نیست

جواب ۴ -۴

۷- خط d موازی محور x ها ... $y = -x^2-1$ در ۲ نقطه قطع کرده که مماس های رسم شده ، از این ۲ نقطه عمود دند



؟ = فاصله d از مبدا مختصات

برا عمود بودن ۲ خط نیاز ه شیباشون قرینه و عکس هم باشند و خب می دونیم جنسشون

از مشتق تابعمون میومده . شیبشو از یه ورم اگه اشتباه نکنم این تابعمه زوج پس $f(-x) = f(x)$ ـــــ

$-f'(x) = f'(x)$ و

$\longrightarrow f'(x)\times(-f'(x)) = -1 \Rightarrow f'(x) = \pm 1$

که خب میگیم فرقی نداره برامون چون تهش یکیشون تو منفی ضرب میشه

$-2x = 1$

$x = -\dfrac{1}{2}$ ← تو تابع به خاطر توان ۲ هم با ± بودن مشتقه که ایگنور کردیم هندل میشه $-1-\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2 = -\dfrac{5}{4}$ و چون موازی محور x هاست فاصلش همینه

۲

۸- $d = ax$ و مماس بر $f(x) = 2\sqrt{x}(4x^2+3)$ $a = ?$

خطمون از $(0,0)$ میگذره و جالبه که $f(0)$ هم دقیقا از همین نقطه میگذره پس معلوم شد کجا مماس شدند بریم $f'(x)$ پیدا کنیم ـــ مشتق ضرب

آیا شکلمون میتونه بتش $+\infty$ باشه ولی مشتق نداشته باشه؟ میدونم تو ریاضی میشه منظورم این بود تو این سوال شده باشه دامنه

$\dfrac{2}{2\sqrt{x}}\times(4x^2+3) + 2\sqrt{x}\,(8x) = \infty + 0 = \infty$

اگر یک نقطه بین خط و منحنی مشترک باشه فقط به این معنی است که در یک نقطه برخورد دارند نه به این معنی که در آنجا هم مماس می شوند!

۱٫۵

باید حتما از دو معادله مشتق گیری ها برابر قرار دادن و $\Delta = 0$ ...

عسل خبازیان   تکلیف ۲۴   دوازدهم دختر B

۹_ $d=ax$ در نقطه A مماس بر $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{-2x^2+x+1}$ $y_A=?$ اینسوال‌ها رو ایشالا میشه فکر کنم قبلیو اشتباه حل کردم چون

اگه طبق قبلی بریم A نقطه (۰و۰) بوده

متاسفانه اشتباهه ☹

۰/۵

۱۰_ برام جالبه سمت

مشخص کرو دفعه برا گیجی کردنو به کنکور انقدر خندید باهم ۵ ف دادم
راستی اون سوالی که تو نوشته بودین خوب حل کردم نمی‌دونم
مال چند تا تکالیف قبله تو حیم دادم اعلی حل کرده من ۵ دفا نوشتم

$\frac{2x}{\sqrt{x^2-1}} = g'(x) \xrightarrow{\text{مشتق چپ}} 2\sqrt{5}$

$f(x)=(x[x])^3$ & $g(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

$\frac{(f\circ g)'(\frac{\sqrt{5}}{2})}{-48\sqrt{5}} = ?$ $\frac{f'(g)\times g'(\frac{\sqrt{5}}{2})}{-48\sqrt{5}}$

$f'(x)=3(x[x])^2\times(\underbrace{[x]+0}_{\text{مشتق ضرب}})$

$g(x)=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}}=2$ ($x \to \frac{\sqrt{5}}{2}$)

$f'(g)=3(2\times1)^2\times(1+0)=12$

۱/۵

$\frac{f\circ g'(\frac{\sqrt{5}}{2})}{-48\sqrt{5}} = \frac{24\sqrt{5}}{-48\sqrt{5}} = -\frac{1}{2}$

دلم خواست روزی که نوشتن این سری تکالیفو شروع کردم زیرش آهنگ بنویسم ولی نمی‌خوام شد بشه سر هیچی سرمممت ☺

۲

$m = \frac{۲-۱}{۲+۱} = \frac{۱}{۳} \rightsquigarrow f'(x) = \frac{a}{۲\sqrt{ax-۱}} = \frac{۱}{۳} \rightsquigarrow ۳a = ۲\sqrt{ax-۱}$

معادله = $y = \frac{۱}{۳}x + \frac{۴}{۳} \rightsquigarrow x+۴ = ۳\sqrt{ax-۱} \rightsquigarrow x+۴ = \frac{۳a}{۲}(۳) = \frac{۹a}{۲}$

$x = ۴,۵a - ۴ \rightsquigarrow ۴,۵a - ۴ + ۴ = ۳\sqrt{a(۴,۵a-۴)-۱} \rightsquigarrow ۹a^۲ - ۱۶a - ۴ = ۰$ → $a = ۲$ ✓ , $a = -\frac{۲}{۹}$ ×

$f(۵) = \sqrt{۱۰-۱} = \sqrt{۹} = ۳$

۴

$g(x) = \frac{f(x) - ۱}{x} \rightarrow \lim_{x \to ۰} g(x) = f'(۰)$

$f'(x) = \frac{۲}{(۱+\sin x)^۲} \times \cos x \times ۲\left(\frac{\sin x - ۱}{۱+\sin x}\right) \rightarrow f'(۰) = \frac{۲}{۱} \times ۱ \times -۲ = -۴$

۸

$f(x) = ۸x^{\frac{۵}{۲}} + ۶x^{\frac{۱}{۲}} \rightarrow f'(x) = ۲۰x^{\frac{۳}{۲}} + ۳x^{-\frac{۱}{۲}}$

معادله‌ی خط مماس در نقطه‌ی $x = a$ برابر است با:

$y - ۲\sqrt{a}(۴a^۲+۳) = \frac{۲۰a^۲+۳}{\sqrt{a}}(x-a)$

$x,y = ۰ \rightsquigarrow -۲\sqrt{a}(۴a^۲+۳) = \frac{۲۰a^۲+۳}{\sqrt{a}}(-a) \rightsquigarrow ۲a(۴a^۲+۳) = ۲۰a^۲+۳\,(a)$

$۸a^۲ + ۶ = ۲۰a^۲ + ۳ \rightarrow ۱۲a^۲ = ۳ \rightarrow a = \pm\frac{۱}{۲} \rightsquigarrow a > ۰ \rightsquigarrow a = \frac{۱}{۲}$

$m = ۲۰\left(۲^{-۱ \times \frac{۳}{۲}}\right) + ۳\left(۲^{-۱(-\frac{۱}{۲})}\right) = ۸\sqrt{۲}$

۹

$y = mx \longrightarrow \dfrac{\sqrt{a}}{-۲a^{۲}+a+۱} = ma \longrightarrow \dfrac{۱}{-۲a^{۲}+a+۱} = m\sqrt{a}$

$m\sqrt{a}(-۲a^{۲}+a+۱) = ۱ \longrightarrow -۲m(a^{\frac{۵}{۲}}) + m(a^{\frac{۳}{۲}}) + m(a)^{\frac{۱}{۲}} = ۱$ $\overset{\text{مشتق}}{\rightsquigarrow}$

$-۵m(a^{\frac{۳}{۲}}) + \frac{۳}{۲}m(a^{\frac{۱}{۲}}) + \frac{m}{۲}(a^{-\frac{۱}{۲}}) = ۰$

$\frac{m}{۲}(a^{-\frac{۱}{۲}})(-۱۰a^{۲}+۳a+۱) = ۰ \rightsquigarrow a = -\frac{۱}{۵}$ یا $a = \frac{۱}{۲}$ ✓ $(a>۰)$

$f(a) = \dfrac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{-۲(\frac{۱}{۴})+\frac{۱}{۲}+۱} = \dfrac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۱} = \boxed{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}$

۱۰

$g(x) = (x^{۲}-۱)^{-\frac{۱}{۲}} \longrightarrow g'(x) = -\frac{۱}{۲}(۲x)(x^{۲}-۱)^{-\frac{۳}{۲}}$

$g'(\frac{\sqrt{۵}}{۲}) = -\frac{۱}{۲}(\sqrt{۵})(\frac{۵}{۴}-۱)^{-\frac{۳}{۲}} \longrightarrow -\frac{\sqrt{۵}}{۲}(\cancel{۴^{-۲(-\frac{۳}{۲})}}\ ۸) = -۴\sqrt{۵}$

$g((\frac{\sqrt{۵}}{۲})^{-}) = \dfrac{۱}{\sqrt{\frac{۵^{-}}{۴}-۱}} = \dfrac{۱}{\sqrt{\frac{۱}{۴}^{-}}} = \dfrac{۱}{\frac{۱}{۲}^{-}} = ۲^{+}$

$f'(۲^{+}) = ((۲x)^{۳})' = ۲۴x^{۲} = ۲۴ \times ۴$

$fog'(\frac{\sqrt{۵}}{۲}^{-}) = -۴\sqrt{۵} \times ۲۴ \times ۴ \overset{\div -۴۸\sqrt{۵}}{\rightsquigarrow} \dfrac{\cancel{۲۴}^{۲} \times \cancel{۴} \times -۴\sqrt{۵}}{-\cancel{۴۸}\sqrt{۵}} = \boxed{۸}$