۱۸,۷۵

نقطه های ببین پ

۱ـ

$\begin{vmatrix} ۵ \\ ۱ \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} ۳ \\ ۵ \end{vmatrix} \Rightarrow m = \frac{۴}{۳} \Rightarrow f' = \frac{۴}{۳}$ ۲

۲ـ

$A(a', b)$

$\begin{vmatrix} ۳ \\ ۲ \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} -۱ \\ ۲ \end{vmatrix} \Rightarrow m = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \frac{a}{۲\sqrt{aa'-۱}} = \frac{۴}{۳}$

$y = \frac{۴}{۳}x + \frac{۴}{۳} \Rightarrow \frac{۴}{۳}a' + \frac{۴}{۳} = \sqrt{aa'-۱}$

معادله خط

از این خط با مختصات جزء دو نقطه

$\begin{vmatrix} -۱ \\ ۰ \end{vmatrix}$

$a' + ۴ = ۳\sqrt{aa'-۱}$

$(a'+۴)^۲ = ۹aa' - ۹$

$a'^۲ + ۸a' + ۱۶ - ۹aa' + ۹ = ۰$

$a'^۲ + ۸a' - ۹aa' + ۲۵ = ۰$

از آنجایی که این معادله باید ریشه مضاعف داشته باشد

یک جواب داشته باشد

$\Rightarrow$ صورت رشته‌ای دارد با مقدار a در معادله f قابل محاسبه است

$۸a' - ۹aa' = -۱۰a'$

$a = ۲$

$\frac{۲}{۲\sqrt{۲x-۱}} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow x = ۵$ ۲

$f(۵) = \sqrt{۲x-۱} = ۳$

۳ـ

$f'(x) = \frac{(۲x+m)(\cancel{x+۳}) - ۱(x^۲+mx+۱)}{(\cancel{x+۳})^۲}$ ۱,۷۵

$۲+m$

اجزای عرضی

$\frac{\overset{۹+۳m}{۸+۴m-۲-m}}{۱۶} = \frac{۳}{۴} \qquad ۹+۳m = ۱۲ \qquad m = ۲$

$\frac{x^۲+۲x+۱}{x+۳} \xrightarrow{m=۲} \frac{۴+۴+۱}{۶} = \frac{۳}{۲}$

در صورت جایگذاری $x = ۱$ نیز در معادله

$۴y = ۳x + n \Rightarrow \frac{۴(\frac{۳}{۲})}{۴} = ۳ + n \Rightarrow n = ۳$

٤ـ

$$\frac{(\cancel{3-\sin x})(9+3\sin x+\sin^2 x)}{\cancel{(3-\sin x)}(3+\sin x)} =$$

$$3(g'(x)) - f'(x) \Rightarrow 3\left(\frac{3}{3+\sin x}\right) - \frac{(9+3\sin x+\sin^2 x)}{3+\sin x}$$

$$\frac{\cancel{9-9} - 3\sin x - \sin^2 x}{3+\sin x} = -\frac{\sin x\cancel{(3+\sin x)}}{\cancel{3+\sin x}} = -\sin x \Rightarrow$$

$$f'(\sin x) = -\cos x \Rightarrow -\cos\frac{5\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

ج

۵ـ

$\sqrt{3} \leq 0 \Rightarrow$ قرینه‌ی ضریب را می‌برداریم

۱/۵

$$\frac{1}{2x^5} \times \underbrace{f\left(\frac{1}{2x^5}\right)}$$

$$\frac{1}{2x^5} \times -x = -\frac{1}{2x^4} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{\sqrt[5]{\cancel{2}\times\frac{1}{\cancel{2}x^5}}} = -\cancel{x}$$

$$-\frac{1}{2}(x^{-4}) = \text{مشتق بگیریم} = 2(x^{-5})$$

$$\frac{2}{x^5} = \frac{2}{3}$$

۶ـ

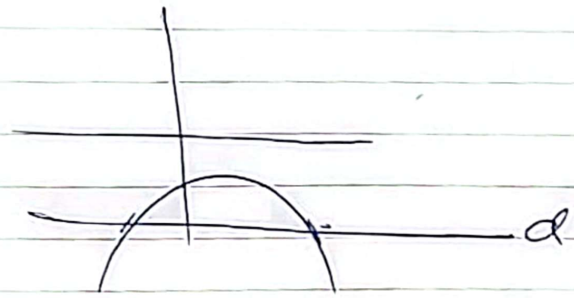
$$f(x) = \lim \frac{xg(x)+\cancel{f(0)}}{x} \Rightarrow \lim_{x\to 0}\frac{\cancel{x}\,g(x)}{\cancel{x}} = -4$$

$$\text{از طرفی } f'(0) \Rightarrow \left(\frac{x+1}{x+1}\right)^2 = 2\left(\frac{2}{(x+1)^2}\right)\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = -4$$

$$\lim_{x\to 0} g(x) = -4$$

د

۱,۲۵



$f'(x) = ۲x$

$۲x_۱ \cancel{x} - ۲x_۱ = -۴x_۱^۲ =$

$۴x^۲ = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲}$

$f(x) = x^۲ + ۱ \Rightarrow \frac{۱}{۴} + ۱ = ۱,۲۵$

$y = ax + b \qquad b = ۰$

$۲\sqrt{x}\,(۴x^۲ + ۳)$

$۸\sqrt{x^۵} + ۶\sqrt{x} \Rightarrow ۸x^{\frac{۵}{۲}} + ۶x^{\frac{۱}{۲}}$

$۲۰x^{\frac{۳}{۲}} + ۳x^{-\frac{۱}{۲}} \xrightarrow{\sqrt{x}} \frac{۲۰x^۲ + ۳}{\sqrt{x}} = a$

$$\frac{(۲۰x^۲ + ۳)\,x}{\sqrt{x}} = ۸x^{\frac{۵}{۲}} + ۶x^{\frac{۱}{۲}}$$

$(۲۰x^۲ + ۱)\,x = ۸x^۳ + ۶x$

$۲۰x^۲ + ۳ = ۸x^۲ + ۶ \Rightarrow ۲۰x^۲ - ۸x^۲ - ۳$

$۱۲x^۲ - ۳$

$x = \pm\frac{۱}{۲}$ از آنجایی که x در زیر رادیکال می رود $x = \sqrt{\frac{۵}{۲}}$

$۲۰x^{\frac{۳}{۲}} + ۳x^{-\frac{۱}{۲}} = ۲۰ \times \frac{۱}{۴} \times \sqrt{\frac{۱}{۲}} + ۳\sqrt{۲} = ۸\sqrt{۲}$

$۵\sqrt{۲}$

۴_

$$f(x) = \frac{-\sqrt{x}}{-2x^2+x+1} = ax$$

$$-2ax^3+ax^2+ax \Rightarrow -2ax^3+ax^2+ax-\sqrt{x}=0$$

$$-\sqrt{x}\left(2ax^{\frac{5}{2}}+ax^{\frac{3}{2}}+ax^{\frac{1}{2}}-1\right)=0$$

شرط (۱)

$$-2ax^{\frac{5}{2}}+ax^{\frac{3}{2}}+ax^{\frac{1}{2}}-1=0$$

شرط دوم: از مشتق ۲ طرف ⇒ عبارت دوم ⇒ برابر ۰ است

$$5ax^{\frac{3}{2}}+\frac{3}{2}ax^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}ax^{-\frac{1}{2}}=0$$

در نقطه تماس ۲ ریشه تکراری

$$2\sqrt{x} \Rightarrow -10ax^2+3ax+a=0$$

$$a(-10x^2+3x+1)=0$$

۲

$$-3 \quad 10 \quad (x+5)(x-2) \Rightarrow x=\frac{1}{2},\ -\frac{1}{5}$$

غ ق ق

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}$$

۵_

$$fog\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) \Rightarrow g(x)=\frac{1}{\sqrt{\frac{5}{4}-1}}=2^{+}$$

۱٫۵

$$f(x)=([2^{+}]x)^3 \Rightarrow (2x)^3 \Rightarrow$$

$$f'(g(x))=2\times3(2x)^2 \qquad g'(x)=\frac{2x}{2\sqrt{x^2-1}} \Rightarrow (fog)'=f'(g(x))g'(x)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2}\times 2\times2\times3\times5=30\sqrt{5}$$

۳

$x=1 \longrightarrow y=\frac{2+m}{4}$

$$y'=\frac{(\cancel{2x+m})^{m+2}(\cancel{x+3})^{4}-(x^2+\cancel{mx}+1)^{m+2}}{(\cancel{x+3})^2_{4^2}}=\frac{3m+6}{16}=\frac{3}{4}\rightsquigarrow \boxed{m=2}$$

$y=\frac{3}{4}x+\frac{n}{4}\rightsquigarrow \frac{3+n}{4}=\frac{2+2}{4}\rightsquigarrow \boxed{n=1}$

$$\boxed{m+n=3}$$

۵

$g'(x)\times f'(g(x))=(fog)'(x)$

$x>0 \longrightarrow g(x)=\frac{1}{2x^5}\longrightarrow f(x)=\frac{-1}{\sqrt[5]{2x}}\rightsquigarrow fog(x)=\frac{-1}{\sqrt[5]{2\left(\frac{1}{2x^5}\right)}}$

$fog(x)=-x \longrightarrow fog'(x)=\boxed{-1}\rightsquigarrow fog'(\sqrt[5]{3})=1$

۱۰

$g(x)=(x^2-1)^{-\frac{1}{2}}\longrightarrow g'(x)=-\frac{1}{2}(2x)(x^2-1)^{-\frac{3}{2}}$

$g'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)=-\frac{1}{2}(\sqrt{5})\left(\frac{5}{4}-1\right)^{-\frac{3}{2}}\longrightarrow -\frac{\sqrt{5}}{2}\left(\underset{8}{\cancel{2^{-2(-\frac{3}{2})}}}\right)=-4\sqrt{5}$

$g\left(\frac{\sqrt{5}}{2}^-\right)=\frac{1}{\sqrt{\frac{5^-}{4}-1}}=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}^-}}=\frac{1}{\frac{1}{2}^-}=2^+$

$f'(2^+)=((2x)^3)'=24x^2=24\times 4$

$fog'\left(\frac{\sqrt{5^-}}{2}\right)=-4\sqrt{5}\times 24\times 4\xrightarrow{\div -48\sqrt{5}}\frac{\overset{2}{\cancel{24}}\times\cancel{4}\times -4\sqrt{5}}{-\cancel{48}\sqrt{5}}=8$