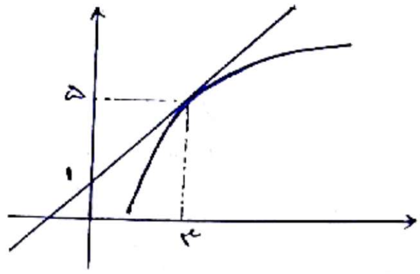
نام و نام خانوادگی ......[illegible]......  پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲٤.. کلاس ......دوازدهم [illegible]......

**۱**




$$f'(3) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-1}{3-0} = \frac{4}{3}$$

---

**۲**

خط مماس بر منحنی در نقطه A همان شیب منحنی در نقطه‌ی A است. با استفاده از اطلاعات مسئله می‌توان معادله‌ی خط مماس را به دست آورد!

$f(x) = \sqrt{ax-1}$ خط مماس $= y = ax+b \to \frac{2-1}{2-(-1)} = \frac{1}{3} = a$ و $b = \frac{4}{3}$

خط مماس $y = \frac{x}{3} + \frac{4}{3}$ است و $f(x)$ را در یک نقطه قطع کرده پس نقطه‌ی $\left(x, \frac{x}{3}+\frac{4}{3}\right)$ در $f(x)$ صدق می‌کند.

$$\sqrt{ax-1} = \frac{x}{3} + \frac{4}{3} \to 3\sqrt{ax-1} = x+4 \to 9ax - 9 = x^2 + 8x + 16 \to x^2 + (8-9a) + 25 = 0 \to \Delta = 0$$

$$\to \Delta = 0 \to (8-9a)^2 - 100 = 0 \to |8-9a| = 10$$

$\to a = \frac{-2}{9}$ غیرقابل قبول چون در این صورت $f(5)$ تعریف نمی‌شود

$\to a = 2 \to$ قابل قبول $\to f(5) = \sqrt{2(5)-1} = 3$

---

**۳**

$$4y = 3x + n \to y = \frac{3}{4}x + \frac{n}{4}$$

می‌دانیم شیب تابع در نقطه‌ی $x=1$، $\frac{3}{4}$ است! ←

$$f'(x) = \frac{(2x+m)(x+3) - (x^2+mx+1)}{(x+3)^2}$$

$$\to = \frac{x^2+6x+3m-1}{(x+3)^2} \xrightarrow{x=1} \frac{6+3m}{16} = \frac{3}{4} \to m = 2$$

اگر نقطه‌ی $x=1$ را در $f(x)$ قرار دهیم نقطه‌ی تماس دو تابع به دست می‌آید:

$$f(1) = \frac{1+2+1}{4} = 1 \Rightarrow y = \frac{3}{4}x + \frac{n}{4} \xrightarrow{(1,1)} \frac{3}{4} + \frac{n}{4} = 1 \to n = 1$$

$$m + n = 3$$

---

**۴**

$$f(x) = \frac{\cancel{(3-\sin x)}(\sin^2 x + 9 + 3\sin x)}{\cancel{(3-\sin x)}(3+\sin x)} \quad , \quad 3g(x) = \frac{9}{3+\sin x}$$

$$3g\left(\frac{5\pi}{3}\right) - f\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \frac{\cancel{9} - \sin^2 x - \cancel{9} - 3\sin x}{3 + \sin x} = \frac{-\sin x\,\cancel{(\sin x + 3)}}{\cancel{\sin x + 3}} = -\sin x$$

$$\xrightarrow{\text{مشتق}} 3g'\left(\frac{5\pi}{3}\right) - f'\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \left(-\sin\frac{5\pi}{3}\right)' = -\cos\frac{5\pi}{3} = \frac{-1}{2}$$

---

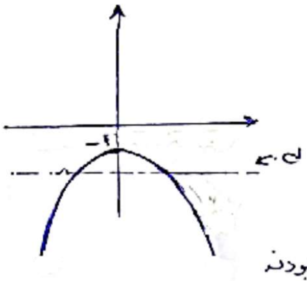
**۵**

$$\to \left(f\circ g(\sqrt[5]{2})\right)' \qquad g(x) = \frac{1}{x^5 + |x^5|} \xrightarrow{x>0} g(x) = \frac{1}{2x^5} \quad , \quad f(x) = \frac{-1}{\sqrt[5]{x+|x|}} \xrightarrow{g(x)>0} f(x) = \frac{-1}{\sqrt[5]{2x}}$$

$$f\circ g(x) = \frac{-1}{\sqrt[5]{2 \times \frac{1}{2x^5}}} = -x \to \left(f\circ g(x)\right)' = -1$$

$g(x)=\frac{f(x)-1}{x}$ $\quad f(0)=1 \longrightarrow \frac{f(x)-f(0)}{x-0}=f'(0)$

$f'(x)=2\left(\frac{\sin x-1}{\sin x+1}\right)\times \cos x\times \frac{2}{(\sin x+1)^2} \xrightarrow{x=0} =-4$ ۶




قرینه منحنی $x^2+1$ نسبت به محور x : $y=-x^2-1$

چون منحنی شکل قرینه دارد برای اینکه شیب دو نقطه عمود بر هم باشند، این دو نقطه باید قرینه ی یکدیگر باشند. مشتق: $-2x$ ۷

$-2a\times 2a=-1 \rightarrow a^2=\frac{1}{4} \rightarrow a=\pm\frac{1}{2}$

پس عرض نقاط برابر بودند

ب: $-\frac{1}{4}-1=-\frac{5}{4}$

فاصله خط d از مبدا مختصات: $\frac{5}{4}$

خط d برابر است با: $y=ax$

$f(x)=ax \rightarrow 2\sqrt{x}(4x^2+3)=ax \rightarrow \sqrt{x} \rightarrow a=\frac{8x^2+6}{\sqrt{x}}$

$f'(x)=a \rightarrow 16x=\frac{a}{2\sqrt{x}} \rightarrow 16x=\frac{\frac{8x^2+6}{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} \rightarrow 32x^2=8x^2+6 \rightarrow x=\pm\frac{1}{2}$ ۸

چون $x>0$ است $x=\frac{1}{2}$ قابل قبول است. ← طول نقطه ی A بدست آمد برای بدست آوردن عرض این نقطه داریم:

$f(\frac{1}{2})=2\sqrt{\frac{1}{2}}\times\left(4\times\frac{1}{4}+3\right)=4\sqrt{2}$

$f(x)=\frac{\sqrt{x}}{-2x^2+x+1}=a\cancel{x}\to\sqrt{x} \rightarrow a\sqrt{x}(-2x^2+x+1)-1=0 \xrightarrow{\sqrt{x}=t}$

$at(-2t^4+t^2+1)-1=0 \rightarrow -2at^5+at^3+at-1=0$

$\xrightarrow{\text{مشتق}} -10at^4+3at^2+a=0 \rightarrow t^2=\frac{1}{2} \xrightarrow{t=\sqrt{x}} x=\frac{1}{2}$ ۹

$\rightarrow t^2=\frac{-1}{5}$ غیرقابل قبول

$f(\frac{1}{2})=\frac{\sqrt{\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+1}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$(f\circ g)'(x)=g'(x)\times f'(g(x))$ $\quad g(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \xrightarrow{x\to\frac{\sqrt{5}}{2}^-} g(x)=2^+$

$g'(x)=-\frac{1}{2}(x^2-1)^{-\frac{3}{2}}\times 2x \rightarrow g'(\frac{\sqrt{5}}{2})=-4\sqrt{5}$

$f(2^+)=8x^3 \rightarrow f'(2^+)=24x^2=96$ ۱۰

$g'(x)\times f'(g(x))=-4\sqrt{5}\times 96$

$\frac{-4\sqrt{5}\times 96}{-48\sqrt{5}}=8$