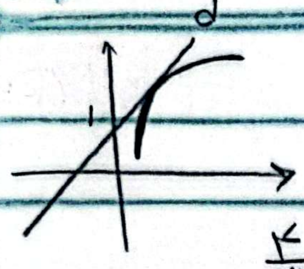
تمرین‌ها

۱۹٫۲۵ آفرین

Subject: Date: / /



۱)

$(۳,۵) \to d \Rightarrow y = ax+۱ \xrightarrow{(۳,۵)} ۳a+۱=۵ \to$

$۳a=۴ \to a=\frac{۴}{۳} \to \frac{۴}{۳}x+۱$

$\frac{۴}{۳}x+۱ \simeq f(x) \to$ ۳ در نقطه $\to f'(۳)=\frac{۴}{۳}$

۲

۲)

$f(x)=\sqrt{ax-۱}$

$\left.\begin{array}{l} ۲a+b=۲ \\ -a+b=۱ \end{array}\right\} \to ۳a=۱ \to a=\frac{۱}{۳} \quad b=\frac{۴}{۳} \to \frac{۱}{۳}x+\frac{۴}{۳}=y$ خط مماس

$\left(\frac{۱}{۳}x+\frac{۴}{۳}\right)^۲=ax-۱ \to \frac{۱}{۹}x^۲+\frac{۱۶}{۹}+\frac{۸}{۹}x=ax-۱ \Rightarrow$

$x^۲+۱۶-۸x=۹ax-۹ \Rightarrow x^۲+(۸-۹a)x+۲۵=۰$

$\Delta=۰ \to (۸-۹a)^۲-۱۰۰=۰ \Rightarrow ۸-۹a=\pm۱۰ \Rightarrow a=۲$

$f(x)=\sqrt{۲x-۱} \to \sqrt{۲\times۵-۱}=\cancel{۲}\ ۳$

۲

۳)

$y=\frac{x^۲+mx+۱}{x+۳} \to \frac{(۲x+m)(x+۳)-(x^۲+mx+۱)}{(x+۳)^۲}=$

$\frac{۲x^۲+۶x+mx+۳m-x^۲-mx-۱}{(x+۳)^۲}=\frac{x^۲+۶x+۳m-۱}{(x+۳)^۲}$

$۴y-۳x=n \to y=\frac{۳}{۴}x+\frac{n}{۴}$

۲

$\left.\begin{array}{l} \frac{۳}{۴}=\frac{۱+۶+۳m-۱}{۱۶} \Rightarrow ۱۲=۶+۳m \to m=۲ \\ f(۱)=\frac{۱+۲+۱}{۱+۳}=۱ \Rightarrow ۱=\frac{۳}{۴}+\frac{n}{۴} \to n=۱ \end{array}\right\} m+n=۳$

PARAMOUNT

CamScanner

Subject.   Date.   /   /

۴

$$f(x)=\frac{۲۷-\sin^۳x}{۹-\sin^۲x}=\frac{(۳-\cancel{\sin x})(۹+\sin^۲x+۳\sin x)}{(۳-\sin x)(۳+\sin x)}=\frac{۹+\sin^۲x+۳\sin x}{۳+\sin x}$$

$$g(x)=\frac{۳}{\sin x+۳}$$

$$h(x)=۳g(x)-f(x)\to\frac{۹}{\sin x+۳}-\frac{۹+\sin^۲x+۳\sin x}{۳+\sin x}=\frac{-\sin(\sin x+۳)}{\sin x+۳}$$

$$=-\sin x=h(x)$$

$$h'(x)=-\cos x\to h'\left(\frac{۵\pi}{۳}\right)=-\cos\frac{۵\pi}{۳}=\boxed{\frac{-1}{۲}}$$

۲

۵

$$f(x)=\frac{-1}{\sqrt[۵]{x+|x|}}\qquad g(x)=\frac{1}{x^۵+|x^۵|}$$

$$(fog)(x)=\frac{-1}{\sqrt[۵]{\frac{۲}{x^۵+|x^۵|}}}\Rightarrow\frac{-1}{\sqrt[۵]{\frac{۲}{۲x^۵}}}=\frac{-1}{\sqrt[۵]{\frac{1}{x^۵}}}\Rightarrow -x$$

$$(fog)'=-1$$

۲

۶

$$f(x)=\left(\frac{-1+\sin x}{1+\sin x}\right)^۲\qquad f(x)=xg(x)+1$$

$$f'(x)=۲\left(\frac{(\cos x)(1+\sin x)-(\cos x)(-1+\sin x)}{(1+\sin)^۲}\right)\left(\frac{-1+\sin x}{1+\sin x}\right)$$

$$f'(x)=۲\times\frac{۲\cos x}{(1+\sin)^۲}\times\frac{-1+\sin x}{1+\sin x}\ \star$$

۲

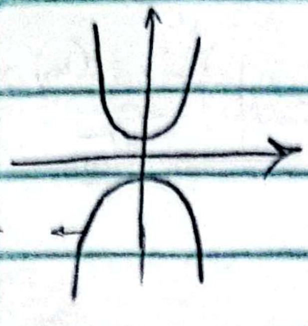
$$f'(x)=x\cancel{g'(x)}+g(x)\xrightarrow{x=0}۲\times\frac{۲}{1}\times\frac{-1}{1}=g(x)\Rightarrow g(x)=-۴$$

$$\lim_{x\to0}g(x)=-۴$$

PARAMOUNT

Subject.

Date.   /   /



$f(x)=-x^2-1$

۷) چون x^2 است خط مماس بر آن در دو طرف قرینه
بدست میرسد و در صورت سوال گفته شده که ۲ عمود اند شرط
عمود بودن این است که شیب‌ها قرینه و معکوس هم
باشند پس اعدادی که از این شرط پیروی می‌کنند ۱ و ۱- است

$f'(x)=-2x$

$-2x=1 \rightarrow x=-\frac{1}{2}\ ,\ -2x=-1 \rightarrow x=\frac{1}{2}$ ۲

$x=\pm\frac{1}{2} \rightarrow f(x)=-x^2-1 \rightarrow -\frac{1}{4}-1 \rightarrow -\frac{5}{4}$ $\frac{5}{4}$ فاصله
با محورها طلب

۸) $f(x)=2\sqrt{x}(4x^2+3) \rightarrow 8x^{\frac{5}{2}}+6x^{\frac{1}{2}} \rightarrow f'(x)=20x^{\frac{3}{2}}+3x^{-\frac{1}{2}}$

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=20x^{\frac{3}{2}}+3x^{-\frac{1}{2}} \rightarrow 20x^{\frac{5}{2}}+3x^{\frac{1}{2}}=8x^{\frac{5}{2}}+6x^{\frac{1}{2}} \rightarrow$

$3x^{\frac{1}{2}}=12x^{\frac{5}{2}} \rightarrow 1=4x^2 \rightarrow x=\frac{1}{2}$

$f'(\frac{1}{2})=20\times\frac{1}{2\sqrt{2}}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}+3\sqrt{2}=8\sqrt{2}$

۲

۹) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{-2x^2+x+1} \rightarrow \dfrac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(-2x^2+x+1)-(-4x+1)\sqrt{x}}{(-2x^2+x+1)^2}$

$\lim\limits_{a\to 0}\frac{f(a)-f(0)}{a-0}=f'(a) \rightarrow af'(a)=f(a)$

$\dfrac{\sqrt{a}}{-2a^2+a+1}=\dfrac{a\left(\frac{1}{2\sqrt{a}}(-2a^2+a+1)-(-4a+1)\sqrt{a}\right)}{(-2a^2+a+1)^2}$

۳۴۰۸

Subject:　　　　　　　　　　Date:　/　/

$$\sqrt{a} = \frac{\frac{\sqrt{a}}{2}(-2a^2+a+1) - (-4a+1)a\sqrt{a}}{-2a^2+a+1} \Rightarrow$$

1

$$\cancel{\sqrt{a}} = \frac{\cancel{\sqrt{a}}\left(\frac{1}{2}(-2a^2+a+1) - (-4a+1)a\right)}{-2a^2+a+1} \Rightarrow$$

۱۱۷۵

$$-\cancel{2a^2}+a+1 = -a^2+\frac{a}{2}+\frac{1}{2}+\cancel{4a^2}-a \Rightarrow$$

$$5a^2-\frac{3a}{2}-\frac{1}{2} \to 10a^2-3a-1=0 \longrightarrow \frac{+3\pm\sqrt{9+40}}{20} \begin{cases} \nearrow \frac{1}{2} \checkmark \\ \searrow \frac{-4}{20} \end{cases}$$

← مردود؛ منفی است

$f(\frac{1}{2})$?

Subject: Date: / /

۶

$$\left.\begin{aligned} f(x) &= (x[x])^3 \\ g(x) &= \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \end{aligned}\right\} \to fog \to \left(\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\left[\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right]\right)^3 \xrightarrow[x=\frac{\sqrt{5}}{2}]{}$$

۱٫۶

$$\left(\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\left[\frac{1}{\sqrt{\frac{5}{4}-1}}\right]\right)^3 \to \left(\frac{2}{\sqrt{x^2-1}}\right)^3 = fog$$

$$fog' = 3\left(\frac{2}{\sqrt{x^2-1}}\right)^2\left(\frac{-1}{2}\right)(2x)(x^2-1)^{\frac{-3}{2}} \xrightarrow{x=\frac{\sqrt{5}}{2}}$$

$$3 \times 16 \times \frac{-1}{2} \times \sqrt{5} \times 8 = \frac{-192\sqrt{5}}{-48\sqrt{5}} = 4$$ برابر

۹

$$y = mx \rightarrow \frac{\sqrt{a}}{-2a^2+a+1} = ma \rightarrow \frac{1}{-2a^2+a+1} = m\sqrt{a}$$

$$m\sqrt{a}(-2a^2+a+1) = 1 \rightarrow -2m(a^{\frac{5}{2}}) + m(a^{\frac{3}{2}}) + m(a)^{\frac{1}{2}} = 1 \xrightarrow{\text{مشتق}}$$

$$-5m(a^{\frac{3}{2}}) + \frac{3}{2}m(a^{\frac{1}{2}}) + \frac{m}{2}(a^{-\frac{1}{2}}) = 0$$

$$\frac{m}{2}(a^{-\frac{1}{2}})(-10a^2+3a+1) = 0 \rightarrow a = -\frac{1}{5} \text{ یا } a = \frac{1}{2} \quad (a>0)$$

$$f(a) = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{-2(\frac{1}{4})+\frac{1}{2}+1} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1} = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

۱۰

$$g(x) = (x^2-1)^{-\frac{1}{2}} \rightarrow g'(x) = -\frac{1}{2}(2x)(x^2-1)^{-\frac{3}{2}}$$

$$g'(\frac{\sqrt{5}}{2}) = -\frac{1}{2}(\sqrt{5})(\frac{5}{4}-1)^{-\frac{3}{2}} \rightarrow -\frac{\sqrt{5}}{2}(\underset{8}{\cancel{2^{-2(-\frac{3}{2})}}}) = -4\sqrt{5}$$

$$g(\frac{\sqrt{5}}{2}^-) = \frac{1}{\sqrt{\frac{5^-}{4}-1}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}^-}} = \frac{1}{\frac{1}{2}^-} = 2^+$$

$$f'(2^+) = ((2x)^3)' = 24x^2 = 24 \times 4$$

$$fog'(\frac{\sqrt{5}^-}{2}) = -4\sqrt{5} \times 24 \times 4 \xrightarrow{\div -48\sqrt{5}} \frac{\overset{2}{\cancel{24}} \times \cancel{4} \times -4\sqrt{5}}{-\cancel{48}\sqrt{5}} = 8$$