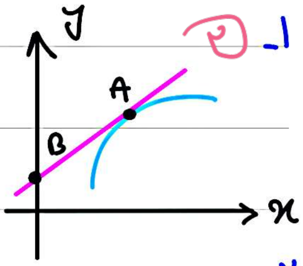
سارینا عابدینی

۱۹٫۵ آفرین

۱ـ ۲



$A(۳,۵)\ ,\ B(۰,۱) \longrightarrow \frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\frac{۵-۱}{۳-۰}=\frac{۴}{۳}$ ✓ $\quad f'(۳)=\frac{۳}{\cancel{۴}}$ $\frac{۴}{۳}$

دقت! :

۲ـ

$f'(۵)=\frac{۲-۱}{۲+۱}=\frac{۱}{۳} \longrightarrow y-۱=\frac{۱}{۳}(x+۱) \longrightarrow y=\frac{۱}{۳}x+\frac{۴}{۳}$

$\sqrt{ax-۱}=\frac{۱}{۳}x+\frac{۴}{۳} \rightarrow ۳\sqrt{ax-۱}=x+۴ \rightarrow ۹(ax-۱)=x^۲+۸x+۱۶ \rightarrow x^۲+(۸-۹a)x+۲۵=۰$

$(۸-۹a)^۲-۱۰۰=۰ \longrightarrow ۸-۹a=۱۰ \longrightarrow a=-\frac{۲}{۹}$ غ ق ق

۲

$\hookrightarrow ۸-۹a=-۱۰ \rightarrow a=۲ \xrightarrow{a=۲} f(x)=\sqrt{۲x-۱} \rightarrow f(۵)=\sqrt{۹}=۳$ ✓

۳ـ

$۴y-۳x=n \rightarrow y=\frac{۳}{۴}x+\frac{n}{۴} \xrightarrow{f'(x)=\frac{۳}{۴}} \frac{(۲x+m)(x+۳)-(x^۲+mx+۱)}{(x+۳)^۲}=\frac{۳}{۴} \xrightarrow{x=۱} ۴m+۸-۲-m=۱۲$

$\downarrow$

$m=۲$ ✱ ✓

$f(۱)=\frac{x^۲+۲x+۱}{x+۳}=\frac{۴}{۴}=۱ \longrightarrow (۱,۱)$

$۴y-۳x=n \xrightarrow{x=۱} ۴-۳=n \longrightarrow n=۱$ ✱

۲

$m+n=\overset{۳}{\cancel{۴}}$ دقت!

۴ـ

$f(x)=\frac{\cancel{(۳-\sin x)}(۹+\sin^۲x+۳\sin x)}{\cancel{(۳-\sin x)}(۳+\sin x)} \rightarrow f'(x)=\frac{(۲\sin x\times\cos x+۳\cos x)(۳+\sin x)-(\sin^۲x+۹+۳\sin x)(\cos x)}{(۳+\sin x)^۲}$

۱٫۵

$g'(x)=\frac{-۳\cos x}{(۳+\sin x)^۲} \longrightarrow ۳g'(\frac{۵\pi}{۴})=\frac{-۱۸}{(۶-\sqrt{۲})^۲}$ و $f'(\frac{۵\pi}{۴})=\frac{-۱۸}{(۶-\sqrt{۲})^۲}$

$۲g'(\frac{۵\pi}{۴})-f'(\frac{۵\pi}{۴})=۰$

سارینا عابدینی

۵ـ

$$g'(\sqrt[۵]{۳})\,f'(g\sqrt[۵]{۳}) = (fog)'(\sqrt[۵]{۳})$$

$$g(x) \xrightarrow{x>0} \frac{1}{۲x^۵}$$

$$f(x) \xrightarrow{x>0} \frac{-1}{\sqrt[۵]{۲x}}$$

$$fog = \frac{-1}{\sqrt[۵]{۲\left(\frac{1}{۲x^۵}\right)}} = -x$$

۲ ✓

$$fog(x) = -x \longrightarrow (fog)'(x) = -1 \longrightarrow (fog)'(\sqrt[۵]{۳}) = -1$$

۶ـ

$$f(x) = xg(x) + 1 \longrightarrow g(x) = \frac{f(x) - 1}{x}$$

$$\lim_{x\to 0} = \frac{f(x) - 1}{x} = \frac{f(x) - f(0)}{x} = f'(0) = -۴$$

$$f'(x) = ۲\left(\frac{\cos x(\sin x+1) - (\sin x-1)\cos x}{(\sin x+1)^۲}\right)\left(\frac{\sin x - 1}{\sin x + 1}\right) \xrightarrow{x=0} f'(0) = -۴$$

۲

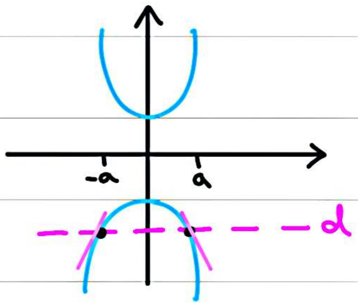
۷ـ

$$f(x) = -x^۲ - 1 \;,\; f'(x) = -۲x \longrightarrow f'(a) = -۲a \;,\; f'(-a) = ۲a$$

$$f(a)f(-a) = -1 \longrightarrow (-۲a)(۲a) = -۴a^۲ = -1$$

$$۴a^۲ = 1$$

$$a = \pm\frac{1}{۲}$$



$$f(a) = -a^۲ - 1 = -\frac{۵}{۴} \longrightarrow \frac{۵}{۴}$$: فاصله ✓

معادله خط d

$$y = -\frac{۵}{۴}$$

۲

سارینا عابدینی

۸ـ

$f(x)=۲\sqrt{x}(۴x^۲+۳)=۸x^{\frac{۵}{۲}}+۶x^{\frac{۱}{۲}}=ax$

$f'(x)=۲۰x^{\frac{۳}{۲}}+۳x^{-\frac{۱}{۲}}=a$

$$\left.\right\} ۸x^{\frac{۵}{۲}}+۶x^{\frac{۱}{۲}}=(۲۰x^{\frac{۳}{۲}}+۳x^{-\frac{۱}{۲}})x$$

$$\downarrow$$

$$۳\sqrt{x}(۴x^۲-۱)=0\begin{cases} x=0 & \text{غ ق ق} \\ x=\frac{۱}{۲} \\ x=-\frac{۱}{۲} & \text{غ ق ق}\end{cases}$$

$a=۲۰(\frac{۱}{۲})^{\frac{۳}{۲}}+۳(\frac{۱}{۲})^{-\frac{۱}{۲}}=۸\sqrt{۲}$ ②

۹ـ

$$f(x)=\frac{\sqrt{x}}{-۲x^۲+x+۱}=ax\xrightarrow{\sqrt{x}=t}\frac{t}{-۲t^۴+t^۲+۱}=at^۲$$

$$-۲at^۵+at^۳+at-۱=0\xrightarrow{\text{مشتق}}۱۰at^۴+۳at^۲+a=0\rightarrow a(-۱۰t^۴+۳t^۲+۱)=0\begin{cases} t^۲=\frac{۱}{۲} \\ t^۲=-\frac{۱}{۵} & \text{غ ق ق}\end{cases}$$

$f(\frac{۱}{۲})=\frac{۱}{\sqrt{۲}}$ ✓ ②

۱۰ـ

$(f\circ g)^{-۱}=f'(g(x))\,g'(x)$

$g(x)=(x^۲-۱)^{-\frac{۱}{۲}}\longrightarrow g(\frac{\sqrt{۵}}{۲}^-)=\frac{۱}{(\frac{۱}{۲})^-}=۲^+$

$g'(x)=-\frac{۱}{۲}(x^۲-۱)^{-\frac{۳}{۲}}(۲x)\longrightarrow g'(\frac{\sqrt{۵}}{۲})=-۴\sqrt{۵}$

$f(۲^+)=۸x^۳\rightarrow f'(۲^+)=۲۴x^۲=۹۶$ ②

$f'(g(x))g'(x)\xrightarrow{x=\frac{\sqrt{۵}}{۲}^-}۹۶\times(-۴\sqrt{۵})=۸(-۴۸\sqrt{۵})$ ✓

هشت برابر

۴

$$۳g-f(x)=\frac{۹}{۳+\sin x}-\frac{(۳-\cancel{\sin x})(۹+\sin^{۲}x+۳\sin x)}{(۳-\cancel{\sin x})(۳+\sin x)}=\frac{-\sin x(\cancel{\sin x+۳})}{\cancel{\sin x+۳}}$$

$$\text{یا } -\sin x \xrightarrow{\text{مشتق}} (۳g-f)'(x)=-\cos x \rightsquigarrow -\cos\left(\frac{۴\pi}{۳}\right)=\boxed{-\frac{۱}{۲}}$$