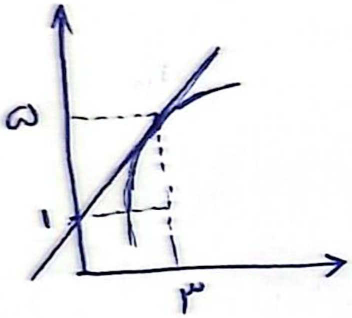
۱۹٫۵ آفرین

باران تسلیمی

۱ـ



$f'(۲) =$ شیب خط $= \frac{\Delta y}{\Delta x}$

$\Rightarrow \frac{۴}{۳}$

۲

-۲

$$\text{شیب} = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \qquad \lim_{x \to ۵} \frac{f(x) - f(۵)}{x - ۵} = \frac{۱}{۳}$$

$$y = \frac{x + ۴}{۳} \qquad f(x) = \sqrt{ax - ۱} \qquad f'(۵) = \frac{۱}{۳} \rightarrow \frac{a}{۲\sqrt{۵a - ۱}} = \frac{۱}{۳}$$

$$۳a = ۲\sqrt{۵a - ۱} \longrightarrow ۹a^۲ = ۲۰a - ۴ \longrightarrow a = ۲$$

$$f(۵) = \sqrt{۲(۵) - ۱} = \boxed{۳}$$

۲

$$y' = \frac{۳}{۴} \longrightarrow \frac{(۲x+m)(x+۳) - (x^۲+mx+۱)}{(x+۳)^۲} = \frac{۳}{۴} \xrightarrow{x=۱}$$

-۳

$$\frac{۴(m+۲)-(m+۲)}{۱۶} = \frac{۳}{۴} \longrightarrow m+۲ = ۴ \longrightarrow \boxed{m=۲}$$

$$y(۱) = \frac{m+۲}{۴} = ۱ \qquad ۴ - ۳ = n \longrightarrow \boxed{n=۱}$$

$$\boxed{m+n=۳}$$

۲

۴-

$$(3g-f)' = ?$$

$$f(x) = \frac{\sin^2 x + 3\sin x + 9}{3+\sin x}$$

$$g(x) = \frac{3}{3+\sin x}$$

$$\frac{\cancel{9} - \sin^2 x - 3\sin x - \cancel{9}}{3+\sin x} = \frac{-\sin x\,(\cancel{\sin x + 3})}{\cancel{\sin x + 3}} = -\sin x \xrightarrow{\text{مشتق}} -\cos x$$

$$-\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \frac{-1}{2}$$

۵

۵ -

$$f(x) = -\frac{1}{\sqrt[5]{x+|x|}} \qquad g(x) = \frac{1}{x^5 + |x^5|}$$

مقدار $g'(\sqrt[5]{3})\, f'(g(\sqrt[5]{3}))$ ؟

$= (f\circ g)'(x)$

$x = \sqrt[5]{3} \rightarrow g(x) = \frac{1}{2x^5}$

$\Rightarrow$

$$f(x) = \frac{-1}{\sqrt[5]{2x}} \longrightarrow f\circ g(x) = -x \rightarrow (f\circ g)'(\sqrt[5]{3}) = -1$$

ب

۶- $f(x) = \left(\dfrac{-۱ + \sin x}{۱ + \sin x}\right)^{۲}$ ، $f(x) = x g(x) + ۱$ ، $\lim\limits_{x \to 0} g(x) = ?$

$\hookrightarrow ۱ + \dfrac{-۲}{۱ + \sin x}$

$x g(x) = f(x) - ۱$

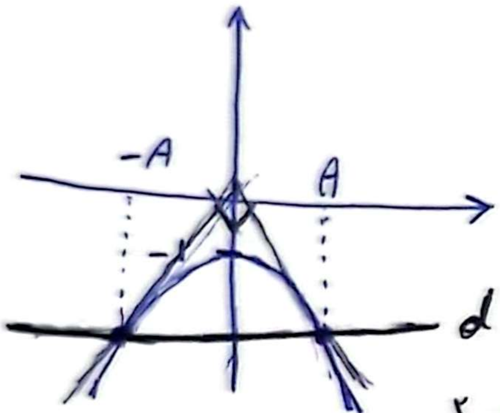
$\lim\limits_{x \to 0} g(x) = \dfrac{f(x) - ۱}{x} \xrightarrow{HOP} ۲\left(۱ + \dfrac{-۲}{۱ + \sin x}\right)\left(\dfrac{۲\cos x}{(۱ + \sin x)^{۲}}\right)$

$\dfrac{۲}{۱}$

$\xrightarrow{x \to 0} ۲(-۱)(۲) = -۴$

۲

۷-



$y=-x^2-1$

$f'(x)=-2x$

$f'(A)=\dfrac{-1}{f'(-A)}$

$-2A=\dfrac{-1}{2A} \rightarrow -4A^2=-1$

$A=\dfrac{1}{2}$

$y=-(\frac{1}{2})^2-1 \rightarrow -\frac{1}{4}-\frac{4}{4}=-\frac{5}{4}$

فاصله خط d تا محور x ها. سی $\left|\frac{-5}{4}\right|=1{,}25$

۲

-۸

$$\text{شیب} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \longrightarrow \frac{۲\sqrt{x}\,(۴x^۲+۳)}{x}$$

$$\left|\begin{matrix} ۰ \\ ۰ \end{matrix}\right. \qquad \left|\begin{matrix} x \\ ۲\sqrt{x}\,(۴x^۲+۳) \end{matrix}\right.$$

$$\longrightarrow \underbrace{\frac{۲۰x^۲+۳}{\sqrt{x}}}_{f\ \text{مشتق تابع}} = \frac{۲\sqrt{x}\,(۴x^۲+۳)}{x} \Rightarrow ۲۰x^۳ + ۳x = ۲x(۴x^۲+۳)$$

$$۲۰x^۳ + ۳x = ۸x^۳ + ۶x$$

$$۱۲x^۳ - ۳x = ۰$$

$$۳x(۴x^۲-۱) = ۰$$

$$۳x(۲x+۱)(۲x-۱) = ۰$$

$$x = ۰ \times \qquad x = \frac{-۱}{۲} \times \qquad x = \frac{۱}{۲} \checkmark$$

$$\frac{\sqrt{۲}\,(۴)}{\frac{۱}{۲}} = ۸\sqrt{۲} \Rightarrow \text{شیب}$$

۹-

$d \Rightarrow y = ax$

$\sqrt{x} = t \qquad f(x) = \dfrac{t}{-2t^4 + t^2 + 1} = at^2$

$-2at^5 + at^3 + at - 1 = 0$

$\rightarrow -10at^4 + 3at^2 + a = 0 \rightarrow -a(10t^4 - 3t^2 - 1) = 0$

$\begin{cases} t^2 = \frac{1}{2} \checkmark \\ t^2 = \frac{-1}{5} \times \end{cases} \qquad f\left(\frac{1}{2}\right) = \dfrac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{-2\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2} + 1} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

۲

۱۰-

$f(x) = (x[x])^3 \qquad g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$

۱,۵

$(f \circ g)'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) = g' \times f'(g) \qquad \dfrac{\overset{27}{\cancel{x^2}} \times \frac{5}{4} \times \cancel{4} \times \cancel{\sqrt{5}}}{\cancel{-48}\times\cancel{\sqrt{5}}} = -\dfrac{5}{16}$

$-48\sqrt{5}$ چند برابر -16, -4

$g' = \dfrac{-\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2-1}}}{x^2 - 1} = \dfrac{\overset{-\frac{\sqrt{5}}{2}}{-x}}{\underset{\frac{1}{2}}{\sqrt{x^2-1}} \times \underset{\frac{1}{4}}{x^2 - 1}} = \dfrac{\frac{+\sqrt{5}}{2}}{\frac{1}{8}} = -4\sqrt{5}$

$(-3x)^3 = -27x^3 \xrightarrow{\text{مشتق}} -3^4 x^2 \xrightarrow{x = \frac{\sqrt{5}}{2}} -3^4 \times \frac{5}{4}$

۱۰

$$g(x) = (x^{۲}-۱)^{-\frac{۱}{۲}} \longrightarrow g'(x) = -\frac{۱}{۲}(۲x)(x^{۲}-۱)^{-\frac{۳}{۲}}$$

$$g'\left(\frac{\sqrt{۵}}{۲}\right) = -\frac{۱}{۲}(\sqrt{۵})\left(\frac{۵}{۴}-۱\right)^{-\frac{۳}{۲}} \longrightarrow -\frac{\sqrt{۵}}{۲}\left(\underset{۸}{\cancel{۲^{-۲(-\frac{۳}{۲})}}}\right) = -۴\sqrt{۵}$$

$$g\left(\frac{\sqrt{۵}}{۲}^{-}\right) = \frac{۱}{\sqrt{\frac{۵^{-}}{۴}-۱}} = \frac{۱}{\sqrt{\frac{۱}{۴}^{-}}} = \frac{۱}{\frac{۱}{۲}^{-}} = ۲^{+}$$

$$f'(۲^{+}) = \left((۲x)^{۳}\right)' = ۲۴x^{۲} = ۲۴\times۴$$

$$fog'\left(\frac{\sqrt{۵}}{۲}^{-}\right) = -۴\sqrt{۵}\times۲۴\times۴ \xrightarrow{\div -۴۸\sqrt{۵}} \frac{\overset{۲}{\cancel{۲۴}}\times\cancel{۴}\times -۴\sqrt{۵}}{-\cancel{۴۸}\sqrt{۵}} = \boxed{۸}$$