۱۵,۷۵ ملینا کیانی

① $m=\frac{۴}{۳} \Rightarrow f'(۳)$ $\frac{۵-۱}{۳-۵}=\frac{۴}{۳}$ ✓ ②

② $m=\frac{۱}{۳} \to y=\frac{x}{۳}+\frac{۴}{۳} \to \frac{۱}{۳}x+\frac{۴}{۳}=\sqrt{ax-۱}$

$x^۲+۸x+۱۶=۹ax-۹ \to \Delta=0$ ②

$a=۲ , a=\frac{-۲}{۹}$ $f(۵)=\sqrt{\cancel{\frac{-۱۹}{۹}}}$ ۴$\boxed{\sqrt{۹}}$ ✓

③ $۴y-۳x=n \to m=\frac{۳}{۴} \to \frac{۳(۲+m)}{۱۶}=\frac{۳}{۴}$

$m=۲ / x=۱ / y=۱ \to m+n=\boxed{۳}$ ✓ ②

④ $(۳g-f)'(\frac{۵\pi}{۳})=\frac{۹}{۳+\sin x}=\frac{-\sin x(۳+\sin x)}{۳+\sin x}$

$(-\sin x)'=-\cos x \to -\cos\frac{۵\pi}{۳}$ $-\frac{۱}{۲}$ ۱,۷۵

$\cos\frac{۵\pi}{۳}$ مثبت است (نا صحیح بود!)

⑤ $g'(\sqrt[۵]{۳})f'(g(\sqrt[۵]{۳}))=f(g(\sqrt[۵]{۳}))$

$x>0 \to \frac{-۱}{۵\sqrt{\frac{۲}{۳x^۵}}}=-x \xrightarrow{f'} -۱$ ✓ ②

⑥ $g=\frac{f-۱}{x} \to \frac{(\frac{۱+x}{۱-x})^۲-۱}{x}=\frac{۴}{(x+۱)^۲}\Big|_{x=0}$

$۲\times(\frac{۴}{۱})\times-۱=-۸$ ✓ ← ۴ ←

⑦ $y=k \to k<-۱$

$-y=x^۲+۱ \to x=\pm\sqrt{-k-۱}$

$y'=۲x \to x=\sqrt{-k-۱} \to -۲\sqrt{-k-۱}$

$\to x=-\sqrt{-k-۱} \to -۲\sqrt{-k-۱}$

$k=-\frac{۵}{۴} \to \boxed{k=\frac{۵}{۴}}$ ✓ ②

$$f(x)=\frac{\sqrt{x}}{-۲x^۲+x+۱}=ax \rightarrow a\sqrt{x}(-۲x^۲+x+۱)=۱$$ ۹

$$-۲xa^{\frac{۵}{۲}}+ax^{\frac{۱}{۲}}+ax^{\frac{۳}{۲}}=۱$$

$$-۵ax^{\frac{۳}{۲}}+\frac{۳}{۲}ax^{\frac{۱}{۲}}+\frac{۱}{۲}ax^{-\frac{۱}{۲}}=۰$$

۲

$$x=-\frac{۱}{۵}\ /\ x=\frac{۱}{۲} \rightarrow \frac{\sqrt{\frac{۱}{۲}}}{-۲(\frac{۱}{۲})^۲+\frac{۱}{۲}+۱}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۸

$$f(x) = ۸x^{\frac{۵}{۲}} + ۴x^{\frac{۱}{۲}} \longrightarrow f'(x) = ۲۰x^{\frac{۳}{۲}} + ۲x^{-\frac{۱}{۲}}$$

معادله‌ی خط مماس در نقطه‌ی $x = a$ برابر است با:

$$y - ۲\sqrt{a}(۴a^۲+۳) = \frac{۲۰a^۲+۳}{\sqrt{a}}(x-a)$$

$$x, y = ۰ \rightsquigarrow \cancel{-}۲\sqrt{a}(۴a^۲+۳) = \frac{۲۰a^۲+۳}{\sqrt{a}}(\cancel{-}a) \rightsquigarrow ۲\cancel{a}(۴a^۲+۳) = ۲۰a^۲+۳(\cancel{a})$$

$$۸a^۲+۶ = ۲۰a^۲+۳ \longrightarrow ۱۲a^۲ = ۳ \longrightarrow \boxed{a = \pm\frac{۱}{۲}} \rightsquigarrow a > ۰ \rightsquigarrow a = \frac{۱}{۲}$$

$$m = ۲۰(۲^{-۱\times\frac{۳}{۲}}) + ۳(۲^{-۱(-\frac{۱}{۲})}) = \boxed{۸\sqrt{۲}}$$

۱۰

$$g(x) = (x^۲-۱)^{-\frac{۱}{۲}} \longrightarrow g'(x) = -\frac{۱}{۲}(۲x)(x^۲-۱)^{-\frac{۳}{۲}}$$

$$g'(\frac{\sqrt{۵}}{۲}) = -\frac{۱}{۲}(\sqrt{۵})(\frac{۵}{۴}-۱)^{-\frac{۳}{۲}} \longrightarrow -\frac{\sqrt{۵}}{۲}(\underset{۸}{\cancel{۲^{-۲(-\frac{۳}{۲})}}}) = -۴\sqrt{۵}$$

$$g(\frac{\sqrt{۵}}{۲}^-) = \frac{۱}{\sqrt{\frac{۵^-}{۴}-۱}} = \frac{۱}{\sqrt{\frac{۱}{۴}^-}} = \frac{۱}{\frac{۱}{۲}^-} = ۲^+$$

$$f'(۲^+) = ((۲x)^۳)' = ۲۴x^۲ = ۲۴\times۴$$

$$fog'(\frac{\sqrt{۵}}{۲}^-) = -۴\sqrt{۵}\times۲۴\times۴ \xrightarrow{\div -۴۸\sqrt{۵}} \frac{\overset{۲}{\cancel{۲۴}}\times\cancel{۴}\times -۴\sqrt{۵}}{-\cancel{۴۸}\sqrt{۵}} = \boxed{۸}$$