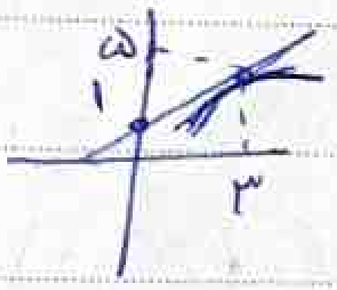
تمرین ۲ع / تمرین ۲ع

سوال ۱ — ۳ نقطه از خط مماس را داریم: (۱ ، ۰) ، (۵ ، ۳)



$m = \frac{۴}{۳} = f'(۳)$

سوال ۲ — $(-۱\ ۱)\ (۲\ ۲) \rightarrow m = \frac{۲-۱}{۲+۱} = \frac{۱}{۳} \rightarrow d: \frac{۱}{۳}x + \frac{۴}{۳} \rightarrow f'(c) = \frac{۱}{۳}$

$A(c\ \ \frac{۱}{۳}c + \frac{۴}{۳})$ $\quad f'(c) = \sqrt{ac-۱} = \frac{c}{۳} + \frac{۴}{۳}$

$f'(c) = \frac{۱}{۳} = \frac{a}{۲\sqrt{ac-۱}} \Rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{a}{۲(\frac{c}{۳} + \frac{۴}{۳})} \rightarrow a = \frac{۲c+۸}{۹}$

$f(c) = \sqrt{\frac{۲c^۲+۸c-۹}{۹}} = \frac{c+۴}{۳} \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۲c^۲+۸c-۹ = c^۲+۸c+۱۶ \rightarrow c = ۵$

$f(۵) = \frac{۵}{۳} + \frac{۴}{۳} = ۳$

سوال ۳ —

$f'_{(x)} = \frac{(۲x+m)(x+۳) - (x^۲+mx+۱)}{(x+۳)^۲} = \frac{x^۲+۶x+۳m-۱}{(x+۳)^۲}$

$f'(۱) = \frac{۷+۳m-۱}{۱۶} = \frac{۳}{۴} \rightarrow m = ۲ \rightarrow f(۱) = \frac{۱+۲+۱}{۴} = ۱$

$d: y = \frac{۳}{۴}x + \frac{n}{۴} \rightarrow \frac{۳}{۴} + \frac{n}{۴} = ۱ \rightarrow n = ۴ \qquad m+n = ۶$

سوال ۴

$$۳g(x)-f(x)=\frac{۹}{۳+\sin x}-\frac{(۳-\sin x)(۹+\sin^۲ x+۳\sin x)}{(۳-\sin x)(۳+\sin x)}$$

$$=\frac{-(\sin^۳ x+۳^۳\sin x)}{۳+\sin x}=-\sin x \qquad (۳g-f)'\left(\frac{۵\pi}{۳}\right)=-\cos\left(\frac{۵\pi}{۳}\right)=-\frac{۱}{۲}$$

سوال ۵

$x = \sqrt[5]{2} \rightarrow g(x) = \frac{1}{5x^4}$ $\quad fog(x) = \frac{-1}{\sqrt[5]{\frac{1}{5x^4} + \frac{1}{5x^4}}}$

$\Rightarrow fog(x) = -\sqrt[5]{x^5} = -x \rightarrow (fog(x))' = -1 \rightarrow g'(\sqrt[5]{2}) f'(g(\sqrt[5]{2}))$

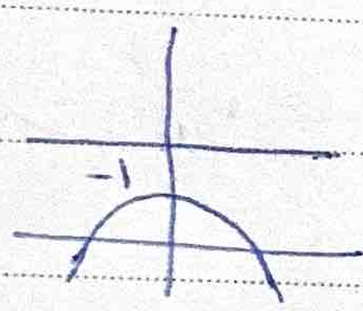
سوال ۶

$f(x) = \frac{\sin^2 x - 2\sin x + 1}{\sin^2 x + 2\sin x + 1}$ $\quad f(x) = xg(x) + 1$

$\rightarrow x \times g(x) = \frac{-2\sin x}{\sin^2 x + 2\sin x + 1} \rightarrow g(x) = \frac{1}{x} \times \frac{-2\sin x}{\sin^2 x + 2\sin x + 1}$

$\lim_{x \to 0} g(x)$ $\xrightarrow{\text{هوپیتال}}$ $\frac{-2x}{x^3 + 2x^2 + x}$ $\xrightarrow{\text{هوپیتال}}$ $\frac{-2}{3x^2 + 4x + 1} \rightarrow \boxed{-2}$

سوال ۷



$a < -1$ $\quad -x^2 - 1 = a \rightarrow x^2 = \pm\sqrt{-1-a}$

$f'_{(x)} = -2x \rightarrow -2(\sqrt{-1-a}) \times -2(-\sqrt{-1-a}) = -1$

$\rightarrow -1 - a = \frac{1}{4} \rightarrow a = \frac{-5}{4} \Rightarrow$ فاصله d از مبدا مختصات $= \frac{5}{4}$

سوال ۸

$d: y = ax$ $\quad f(x) = 2\sqrt{x}(4x^2 + 3) = ax$

$f' = \frac{4x^2 + 3}{\sqrt{x}} + 8x(2\sqrt{x}) = \frac{20x^2 + 3}{\sqrt{x}} \Rightarrow a$

$\rightarrow 8x^2 + 6 = 20x^2 + 3$

$x^2 = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ $\xrightarrow{x > 0}$ $x = \frac{1}{2}$ $\rightarrow a = \frac{8}{\frac{1}{2}\sqrt{2}} = 8\sqrt{2}$

نیرا دنفال

Date: Sub:

سوال ۱۴

$$x < \frac{\sqrt{5}}{2} \rightarrow x^2 < \frac{5}{4} \rightarrow x^2 - 1 < \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{x^2-1} > \varepsilon$$

$$\rightarrow \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} > 2 \quad \text{می‌خواهیم} \quad f(x) = 8 \times (x^2-1)^{-\frac{3}{2}}$$

$$\xrightarrow{\text{مشتق}} 8 \times \left(-\frac{3}{2}\right)(2x)(x^2-1)^{-\frac{5}{2}} \xrightarrow{x=\frac{\sqrt{5}}{2}}$$

$$8 \times \frac{-3}{2} \times \sqrt{5} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{5}{2}} = -12\sqrt{5} \times 8$$

۸ برابر $8\sqrt{45}-$ است.