نام و نام خانوادگی ..رها ...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...24... کلاس ..دوازدهم دختر B..........

14

$f'(3) = m_{\text{خط مماس}}$ $\quad \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 \\ 5 \end{vmatrix} \to m = \frac{5-1}{3-0} = \frac{4}{3}$ (۲)	۱
$m_{\text{خط مماس}} = \frac{1}{3} \to f'(A) = \frac{1}{3}$ خط مماس $= \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ $f'(x) = \frac{a}{2\sqrt{ax-1}} \to f'(A) = \frac{a}{2\sqrt{Aa-1}} = \frac{1}{3} \to 3a = 2\sqrt{Aa-1}$ $f(A) = \frac{1}{3}A + \frac{4}{3} = \sqrt{Aa-1} \to \frac{1}{9}A^2 + \frac{8}{9}Aa + \frac{16}{9} = Aa - 1$ (۱٫۵)	۲
$f(x) = \begin{matrix} 1 & m & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{matrix} \to f'(x) = \frac{x^2+6x+3m-2}{(x+3)^2} \to \frac{5+3m}{16} = \frac{3}{4} \to 3m = 7 \to m = \frac{7}{3}$ $f'(1) = \frac{3}{4}$ $f(1) = \frac{13}{12} = 4f(1) - 3 - n \to n = \frac{16}{12} - \frac{13}{12} \to n = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ $\frac{7}{3} + \frac{1}{4} \to \frac{31}{12}$ (۱٫۵)	۳
$f(x) = \frac{27 - \sin^3 x}{(9 - \sin^2 x)} = \frac{(3-\sin x)(9 + 3\sin x + \sin^2 x)}{(3-\sin x)(3+\sin x)}$ $3g'(\frac{5\pi}{3}) - f'(\frac{5\pi}{3}) = (\frac{g}{f}(x))' \times f(x) + 2g'(x) \to \frac{\frac{3}{3+\sin x}}{\frac{9+3\sin x+\sin^2 x}{3+\sin x}} = (\frac{3}{9+3\sin x+\sin^2 x})'$ $= \frac{-(3\cos x + 2\sin x\cos x)}{(9+3\sin x+\sin^2 x)^2} \times f(\frac{5\pi}{3})^2 + 2(\frac{-\cos x}{3+\sin x}) = \frac{-(\frac{3}{2} + 2(\frac{1}{2} \times -\frac{\sqrt{3}}{2})}{(9 + \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{4})^2} \times (\frac{9+3\sin x+\sin^2 x}{3+\sin x})^2 + 2(\frac{-\frac{1}{2}}{3 - \frac{\sqrt{3}}{2}})$ $= \frac{\frac{3-\sqrt{3}}{2}}{\frac{6-\sqrt{3}}{2}} = \frac{3-\sqrt{3}}{6-\sqrt{3}}$ (۱٫۵)	۴
$(fog)'(x) = ? \Rightarrow \frac{1}{\sqrt[5]{x^5 - 4x^5 + \|x^5 + \|x^5\|\|}} = \frac{-1}{\sqrt[5]{4x^5}} \Rightarrow \frac{\frac{20x^4}{5\sqrt[5]{(4x^5)^4}}}{\sqrt[5]{4x^5}}$ $= \frac{20x^4}{20x^5} = \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt[5]{3}}$ (۱٫۵)	۵

$f(x)=\frac{\sin^2 x-2\sin x+1}{\sin^2 x+2\sin x+1} \to g(x)=\frac{(-4\sin x)}{(\sin x+1)^2(x)} \to \lim_{x\to 0} g(x)\ \frac{-4\sin x}{(\sin x+1)^2(x)}$ ۶

$g(x)=\frac{f(x)-1}{x}$ هم ارزی $\to \frac{-4x}{(x+1)^2(x)} \to \frac{-4}{1}=-4$

۲

$y=-x^2-1 \to y'=-2x \quad \frac{y_1=y_2}{x_1, x_2} \quad -x_1^2-1=-x_2^2-1$

$y_1'=-\frac{1}{y_2'} \quad \to x_1^2=x_2^2 \to x_1=-x_2$

$-2x_1=\frac{1}{2x_2} \to 4x_1^2=1$ ۷

$x_1=\frac{1}{2}$ ۱,۵

$x_2=-\frac{1}{2}$

طول نقاط: $\frac{1}{2}$ ±

$f(x)=2x^{\frac{1}{2}}(4x^2+3)=8x^{\frac{5}{2}}+6x^{\frac{1}{2}} \to y'=20x^{\frac{3}{2}}+3x^{-\frac{1}{2}}=m_d$

$y=m_d x \to (20x^{\frac{3}{2}}+3x^{-\frac{1}{2}})x=8x^{\frac{5}{2}}+6x^{\frac{1}{2}} \to 12x^{\frac{5}{2}}-3x^{\frac{1}{2}}=0$ ۸

$20x^{\frac{3}{2}}+3x^{-\frac{1}{2}}$

$3x^{\frac{1}{2}}(4x^2-1)=0 \Rightarrow x=0 \to m_d=0$; $x=\frac{1}{2} \to 20\sqrt{(\frac{1}{2})^3}+3\sqrt{2}=10\sqrt{\frac{1}{2}}+3\sqrt{2}=m_d$

۱,۵

$\frac{\frac{1}{x}(-2x^2+x+1)-(-4x+1)(\sqrt{x})}{(-2x^2+x+1)^2}=m_d$

$m_d x=y=\ x\left(\frac{\frac{1}{x}(-2x^2+x+1)-(-4x+1)(\sqrt{x})}{(-2x^2+x+1)^2}\right)=\frac{\sqrt{x}}{-2x^2+x+1}$ ۹

$\sqrt{x}(-2x^2+x+1)=(-2x^2+x+1)-(-4x+1)(\sqrt{x^3})$ ۱,۵

$(f\circ g)'(x)=g'(x)f'(g(x))=\frac{-48}{\sqrt{5}}=\frac{-48\sqrt{5}}{5} \to -48\sqrt{5}$ ضریب $\frac{1}{5}$

$g'(x)=\frac{-2\sqrt{x^2-1}}{2x}=-\frac{4}{\sqrt{5}}$

$f'(x)=3(x[x])^2\times 1=12$ ۱,۵ ۱۰

$g(\frac{\sqrt{5}}{2})$

۲

$m = \frac{۲-۱}{۲+۱} = \frac{۱}{۳} \rightsquigarrow f'(x) = \frac{a}{۲\sqrt{ax-۱}} = \frac{۱}{۳} \rightsquigarrow ۳a = ۲\sqrt{ax-۱}$

مماس $= y = \frac{۱}{۳}x + \frac{۴}{۳} \rightsquigarrow x+۴ = ۳\sqrt{ax-۱} \rightsquigarrow x+۴ = \frac{۳a}{۲}(۳) = \frac{۹a}{۲}$

$x = ۴/۵a - ۴ \rightsquigarrow ۴/۵a - ۴ + ۴ = ۳\sqrt{a(۴/۵a-۴)-۱} \rightsquigarrow ۹a^۲ - ۱۶a - ۴ = ۰ \Rightarrow a = ۲ \checkmark$ یا $a = -\frac{۲}{۹}$ ✗

$f(۵) = \sqrt{۱۰-۱} = \sqrt{۹} = ۳$

۳

$x = ۱ \longrightarrow y = \frac{۲+m}{۴}$

$y' = \frac{(۲x+m)(x+۳) - (x^۲+mx+۱)}{(x+۳)^۲} = \frac{(m+۲)(۴) - (m+۲)}{۴^۲} = \frac{۳m+۶}{۱۶} = \frac{۳}{۴} \rightsquigarrow m = ۲$

$y = \frac{۳}{۴}x + \frac{n}{۴} \rightsquigarrow \frac{۳+n}{۴} = \frac{۲+۲}{۴} \rightsquigarrow n = ۱$

$m + n = ۳$

۴

$۳g - f(x) = \frac{۹}{۳+\sin x} - \frac{(۳-\sin x)(۹+\sin^۲ x+۳\sin x)}{(۳-\sin x)(۳+\sin x)} = \frac{-\sin x(\sin x+۳)}{\sin x+۳}$

یا $-\sin x \xrightarrow{\text{مشتق}} (۳g-f)'(x) = -\cos x \rightsquigarrow -\cos(\frac{۵\pi}{۳}) = -\frac{۱}{۲}$

۵

$g'(x) \times f'(g(x)) = (fog)'(x)$

$x>۰ \longrightarrow g(x) = \frac{۱}{۲x^۵} \longrightarrow f(x) = \frac{-۱}{\sqrt[۵]{۲x}} \rightsquigarrow fog(x) = \frac{-۱}{\sqrt[۵]{۲(\frac{۱}{۲x^۵})}}$

$fog(x) = -x \longrightarrow fog'(x) = -۱ \rightsquigarrow fog'(\sqrt{۳}) = ۱$

7

$y = x^2 - 1 \xrightarrow[\text{نسبت به محور } x]{\text{قرینه}} y_1 = -x^2 - 1 \xrightarrow{\text{مشتق}} y_1' = -2x$

۲ خط را l_1 و l_2 در نظر می‌گیریم:

$m_{l_1} = -2(-\alpha) = 2\alpha$

$m_{l_2} = -2(\alpha) = -2\alpha$ $\xrightarrow{\text{عمود}} -4\alpha^2 = -1 \rightarrow \alpha = \pm\frac{1}{2}$

۲ نقطه $\rightarrow A(-\frac{1}{2}, B) \quad B(\frac{1}{2}, B) \xrightarrow[\text{از مبدا}]{\text{فاصله خط}} \left|-(-\frac{1}{2})^2 - 1\right| = \left|-\frac{5}{4}\right| = 1.25$

8

$f(x) = 8x^{\frac{5}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} \rightarrow f'(x) = 20x^{\frac{3}{2}} + 3x^{-\frac{1}{2}}$

معادله‌ی خط مماس در نقطه‌ی $x = a$ برابر است با:

$y - 2\sqrt{a}(4a^2+3) = \frac{20a^2+3}{\sqrt{a}}(x-a)$

$x, y = 0 \rightarrow -2\sqrt{a}(4a^2+3) = \frac{20a^2+3}{\sqrt{a}}(-a) \rightarrow 2a(4a^2+3) = 20a^2+3\,(a)$

$8a^2 + 6 = 20a^2 + 3 \rightarrow 12a^2 = 3 \rightarrow a = \pm\frac{1}{2} \rightarrow a > 0 \rightarrow a = \frac{1}{2}$

$m = 20(2^{-1 \times \frac{3}{2}}) + 3(2^{-1(-\frac{1}{2})}) = 8\sqrt{2}$

9

$y = mx \rightarrow \frac{\sqrt{a}}{-2a^2+a+1} = ma \rightarrow \frac{1}{-2a^2+a+1} = m\sqrt{a}$

$m\sqrt{a}(-2a^2+a+1) = 1 \rightarrow -2m(a^{\frac{5}{2}}) + m(a^{\frac{3}{2}}) + m(a)^{\frac{1}{2}} = 1 \xrightarrow{\text{مشتق}}$

$-5m(a^{\frac{3}{2}}) + \frac{3}{2}m(a^{\frac{1}{2}}) + \frac{m}{2}(a^{-\frac{1}{2}}) = 0$

$\frac{m}{2}(a^{-\frac{1}{2}})(-10a^2 + 3a + 1) = 0 \rightarrow a = -\frac{1}{5}$ یا $a = \frac{1}{2} \quad (a > 0)$

$f(a) = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{-2(\frac{1}{4}) + \frac{1}{2} + 1} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$g(x) = (x^{۲} - ۱)^{-\frac{۱}{۲}} \longrightarrow g'(x) = -\frac{۱}{۲}(۲x)(x^{۲} - ۱)^{-\frac{۳}{۲}}$$ ۱۰

$$g'\left(\frac{\sqrt{۵}}{۲}\right) = -\frac{۱}{۲}(\sqrt{۵})\left(\frac{۵}{۴} - ۱\right)^{-\frac{۳}{۲}} \longrightarrow -\frac{\sqrt{۵}}{۲}\left(\cancel{۲^{-۲(-\frac{۳}{۲})}}\right)_{۸} = -۴\sqrt{۵}$$

$$g\left(\frac{\sqrt{۵}}{۲}^{-}\right) = \frac{۱}{\sqrt{\frac{۵^{-}}{۴} - ۱}} = \frac{۱}{\sqrt{\frac{۱}{۴}^{-}}} = \frac{۱}{\frac{۱}{۲}^{-}} = ۲^{+}$$

$$f'(۲^{+}) = ((۲x)^{۳})' = ۲۴x^{۲} = ۲۴ \times ۴$$

$$fog'\left(\frac{\sqrt{۵}}{۲}^{-}\right) = -۴\sqrt{۵} \times ۲۴ \times ۴ \xrightarrow{\div -۴۸\sqrt{۵}} \frac{\cancel{۲۴}^{۲} \times \cancel{۴} \times -۴\sqrt{۵}}{-\cancel{۴۸}\sqrt{۵}} = \boxed{۸}$$