بسم الله الرحمن الرحیم

آزمون به شما ۱۹/۲۵

نام: ... کلاس: ... درس: ... تاریخ: ...

سوال ۱ (۱/۵)

$$\frac{1-\frac{a}{2}}{2} \longrightarrow \frac{f(2)-f(1)}{2-1} \rightarrow \frac{1-\frac{a}{2}-1+a}{2} \rightarrow \frac{+\frac{2a}{2}}{2} \rightarrow +\frac{a}{3}$$

$$1-ax^{-1} \longrightarrow f^{-1}(x) = ax^{-2} \longrightarrow \frac{a}{20}$$

$$\frac{a}{3} = \frac{a}{20} \longrightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

$x=-\sqrt{3}$ در بازه‌ی $[-3, 1]$ قرار ندارد

پس $x=\sqrt{3}$ تنها قابل قبول است!

سوال ۲ (۱/۵)

$$2ax^2 - ax + 18a = x \longrightarrow 2ax^2 - (a+1)x + 18a = 0$$

$$\Delta = (a+1)^2 - 4(2a)(18a) \longrightarrow \Delta = 1 + 2a - 143a^2 \longrightarrow \Delta = 144a^2 \longrightarrow a = \pm\frac{1}{12}$$

$$4ax - 5 = 1 \longrightarrow ax = \frac{3}{2} \longrightarrow \text{if } a = +\frac{1}{12} \longrightarrow x = 18$$

$$\begin{vmatrix} 18 \\ 2 \end{vmatrix} \longrightarrow 2\left(\frac{1}{12}\right)^2 - 15 + 9 \rightarrow 18 - 18 = 0 \not\rightarrow a = \frac{1}{12}$$

$a = -\frac{1}{12}$ تنها

اگر $a = \frac{1}{12}$ باشد ریشه‌ی عبارت مثبت می‌شود و در سینوس ناحیه سوم نمی‌افتد پس $a = -\frac{1}{12}$

سوال ۳

$$y = x^3 - 12x + 2 \longrightarrow y' = 3x^2 - 12 = 0 \longrightarrow x^2 - 4 = 0$$

x	-2		2	
y'	$+$	$-$	0	$+$
y	↗	↘	min	↗

$+18$ $\quad$ -14

min برابر $\rightarrow$ 2 $\quad$ -14 (۲)

سوال ۴

$$y' \rightarrow 3x^2 + 2ax - b$$

$$\xrightarrow{1:2} 2b = 0 \rightarrow b = 0$$

$$\xrightarrow{1:-2} 12 - 4a \rightarrow a = 3$$

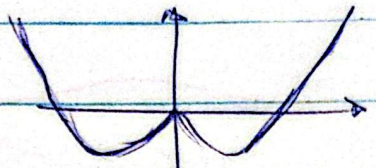
$$f = x^3 + 3x^2 - 4$$

$$f = \begin{vmatrix} 0 \\ -4 \end{vmatrix} \quad f \begin{vmatrix} -2 \\ 0 \end{vmatrix} \longrightarrow \sqrt{(0-(-4))^2 + (-2-0)^2}$$

$$\sqrt{16-4} \rightarrow \sqrt{20}$$

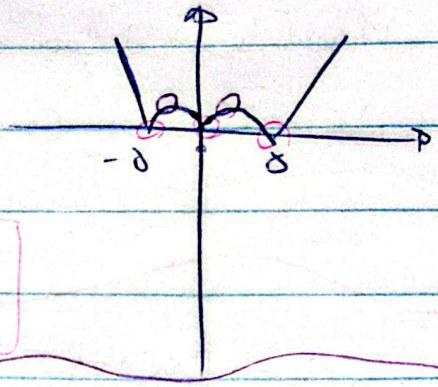
(۵)

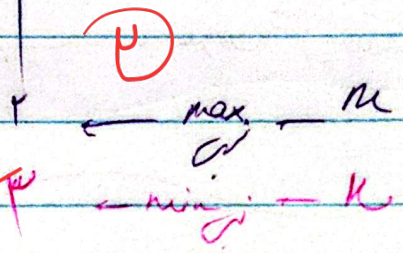
$$f(x)\begin{cases} x^2-4x & x\geq 0 \\ x^2+4x & x<0 \end{cases}$$



گزینه ④

$|f(x)|$

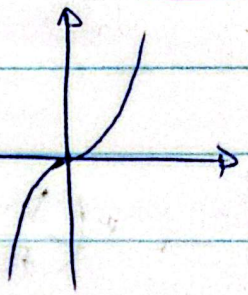




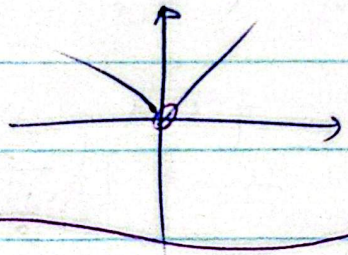
$\frac{x}{m} \to \frac{2}{2}$

گزینه ③

$$f(x)\begin{cases} x^2+2x & x\geq 0 \\ 1 & \\ -x^2+2x & x<0 \end{cases}$$



$|f(x)| \to$



$\longrightarrow$ ③ یک نقطه بحرانی

گزینه ⑤

$y=\sqrt[3]{x^2}\,|x-a| \xrightarrow{x<a} \sqrt[3]{x^2}(a-x)$

$y'(x)=\frac{2(a-x)}{3\sqrt[3]{x}}+(-1)\sqrt[3]{x^2} \to \frac{2a-2x-3x}{3\sqrt[3]{x^4}} \neq 0$

$2a-5x=0 \to 2a=5x \to x=\frac{2a}{5}$

$\sqrt[3]{(\frac{2a}{5})^2}(\frac{2a}{5})=\frac{2}{3} \to \sqrt[3]{(\frac{2a}{5})^2 a}=\frac{5}{3} \to \frac{4a^2}{25}\times a^2=\frac{125}{81}$

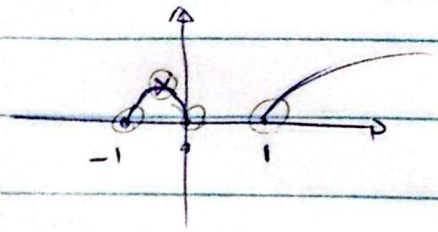
$a^4=(\frac{5}{3})^4 \to a=\frac{5}{3}=2/5$ ③

سوال ۱

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2-x} & x\geq 0\\ \sqrt{-x^2-x} & x<0\end{cases}$$

$x(x-1)$: $+$ | $-$ | $+$ at 0, 1

$-x(x+1)$: $-$ | $+$ | $-$ at -1, 0



$x \to \max$ نسبی $\to$ ۱

$x \to \min$ نسبی $\to$ نداریم

$K \to$ نقاط بحرانی $\to$ ۰ و ۱

$$\frac{Km+n}{K-n} \to \frac{f(1)+0}{f-0}=1$$ ۲

سوال ۴

$$y=\frac{mx+2}{x+m-1} \longrightarrow \frac{(m(m-1)-2)}{(x+m-1)^2}<0$$

$m^2-m-2<0 \to (m+1)(m-2)<0$: $-$ | $+$ | $-$ at -1, 2

if $y=-1 \to y=\frac{-x+2}{x-2} \Rightarrow y=-1 \to$ تابع ثابت

$\to \{-1,0,1\}$ ۱٫۵

$\to$ نقطه

سه مقدار

سوال ۱۰

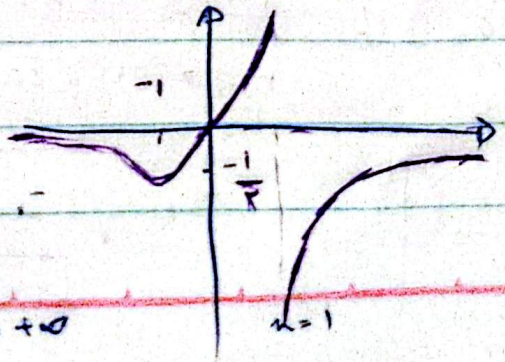
$$f(x)=\begin{cases}\frac{x}{1-x^2} & x\geq 0\\ \frac{x}{1+x^2} & x<0\end{cases} \qquad f'(x)=\begin{cases}\frac{1(1-x^2)-(2x)(x)}{(1-x^2)^2}=\frac{1+x^2}{(1-x^2)^2} & x>0\\ \frac{1(1+x^2)-(2x)x}{(1+x^2)^2}=\frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} & x<0\end{cases}$$

$y=\frac{x}{1-x^2} \to$ مجانب $y=0$ نقطه

$f(x) \to$ مجانب ندارد

$\frac{x}{1-x^2} \to 0^- \to \frac{x}{1-x^2} \to +\infty$

$x \to 1^+ \to -\infty$ ، $x \to 1^- \to +\infty$



$\frac{x}{1+x^2} = \frac{x}{1+x^2} \longrightarrow x \to -\infty \to y \to -\infty$

$\frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} = 0 \longrightarrow 1-x^2 = 0 \longrightarrow x = 1$ یا $x = -1$

$x=1 \to y = \frac{1}{2}$

$x=-1 \to y = \frac{-1}{2}$

۲

یک تقعر عرضی

$\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & F \end{vmatrix}$

یک تقعر عرضی نیست زیرا مطمئنا اصلا تابع نیست.

خسته نباشین، تو این شرایط مراقب خودتون باشین ❤

۹

$f'(x) < 0 \rightarrow x^2 - x - 2 \leq 0 \rightarrow -1 \leq x \leq 2$, $x \neq 2$ $\rightsquigarrow$ $-1 \leq x < 2$ (1)

x در بیشتر مقدار $\rightarrow 1 - x \leq 1 \rightarrow x \geq 0$ (2)

$1, 2 \rightsquigarrow$ $x = 0$ یا 1