نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۷ کلاس ..... دهم / یازدهم

۱۸٫۷۵

۱

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{1-\frac{9}{3}-(1-9)}{3-1} = \frac{\frac{29}{3}}{2} = \frac{9}{3}$$

$$\text{آهنگ لحظه‌ای}: \quad f'(x) = -9\left(-\frac{1}{x^2}\right) = \frac{9}{x^2}$$

$$\frac{9}{x^2} = \frac{9}{3} \Rightarrow x^2 = \pm\sqrt{3}$$

$x = -\sqrt{3}$ در بازه‌ی $[3, 1]$ قرار ندارد

پس $x = \sqrt{3}$ تنها قابل قبول است!

۱٫۷۵

۲

$$x = y$$

$$y = 2ax^2 - 5x + 18a$$

$$0 = 2ax^2 - 9x + 18a$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow (-9)^2 - 4(2a)(18a) = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$$

غ ق ن

۲

۳

$$y = x^3 - 12x + 2$$

$$y' = 3x^2 - 12$$

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
f' علامت		$+$	0	$-$	0	$+$	
f یکنوایی	$-\infty$	↗	max نسبی	↘	min نسبی	↗	$+\infty$

۱۴- دقت کن!

$$f(2) = 8 - 24 + 2 = -14$$

۱٫۷۵

۳

۴

$$y = x^3 + 3ax^2 - 24x - 4$$

$$y' = 3x^2 + 2ax - 24$$

$x = -2$ یا $x = 0$

$$-2b = 0$$

$$12 - 4a = 0$$

$$a = 3$$

$$\begin{vmatrix} 0 & -2 \\ -4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\sqrt{(2)^2 + (4)^2} = 2\sqrt{5}$$

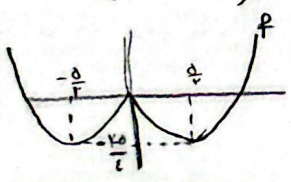
۲

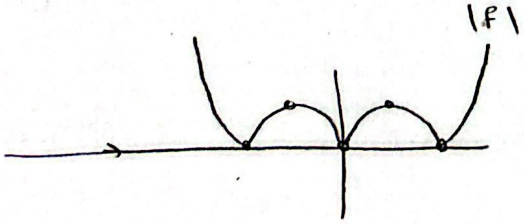
۴

۵

$$f(x) = |x|^2 - 5|x| + \frac{25}{4} - \frac{25}{4}$$

$$f = \left(|x| - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$$





$$m_{max} = \frac{3}{2}$$

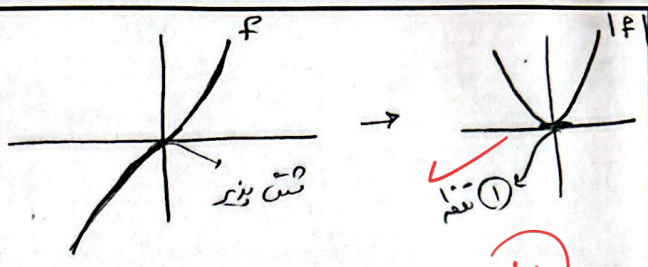
$$m_{min} = 0$$

۵

۶

$f(x) = x(|x|+۲)$

$$f \begin{cases} x \geq 0 & x^۲ + ۲x \xrightarrow{f'} = ۲x+۲ \\ x < 0 & -x^۲ + ۲x \xrightarrow{f'} = -۲x+۲ \end{cases}$$



۲

۷

$f = \sqrt[۳]{x^۲}\,|x-a|$ $\quad [۰, a]$ $\quad a>۰$

$\sqrt[۳]{x^۲}$: ۰ نقطه بحرانی — $|x-a|$: a نقطه بحرانی

$f' = \frac{۲}{۳}x^{-\frac{۱}{۳}}(x-a) + x^{\frac{۲}{۳}}$ (ضرب مشتق)

$x^{-\frac{۱}{۳}}\left(\frac{۲}{۳}x + x - \frac{۲}{۳}a\right) = \frac{\frac{۵}{۳}x - \frac{۲}{۳}a}{\sqrt[۳]{x}}$

$f'\left(\frac{۲a}{۵}\right) = ۰$

$\sqrt[۳]{\frac{۶۴a^۲}{۲۵}}\left(\frac{۲a}{۵} - a\right) = -\frac{۳}{۲}$

$\frac{\pm ۳a}{۵}$ (توان ۳)

$\frac{۶۴a^۲}{۲۵} \times \frac{a^۳}{۵\times۵\times۵} = \frac{-۱}{۲\times۲\times۲}$

$a^۵ = -\frac{۵^۵}{۲^۵}$

$a = -\frac{۵}{۲}$

۲

۸

$f = \sqrt{x|x| - x}$

$x<۰$: $\sqrt{-x^۲ - x}$ — $-x^۲-x \geq ۰$ — $-۱ \leq x \leq ۰$

$f' = \frac{-۲x-۱}{۲\sqrt{-x^۲-x}}$ — $f'=۰ \Rightarrow x = -\frac{۱}{۲}$

$x \geq ۰$: $\sqrt{x^۲ - x}$ — $x^۲-x \geq ۰$ — $x \geq ۱$

$f' = \frac{۲x-۱}{۲\sqrt{x^۲-x}}$ — $f'=۰ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲}$ (غ ق ن)

$f(-۱) = ۰$ — $f(۱) = ۰$ — $f(-\frac{۱}{۲}) = \frac{۱}{۲}$

$k = ۴$, $m = ۱$, $n = ۱$

$\frac{۴+۱}{۴-۱} = \frac{۵}{۳}$

۱٫۵

۹

$y = \frac{mx+۲}{x+m-۱}$

$y' = \frac{m(m-۱)-۲}{(x+m-۱)^۲}$ (عدد مثبت)

صورت مثبت: $m^۲ - m - ۲$ — $(m-۲)(m+۱)$ — $m<-۱$ یا $m>۲$

مخرج مثبت: $x+m-۱ \neq ۰$ — $x \neq ۱-m$

$۱-m = ۰ \Rightarrow m = ۱$

۱٫۵

۱۰

$f = \frac{x}{۱-x|x|}$

$x<۰$: $\frac{x}{۱-x^۲}$ — $f' = \frac{۱+x^۲}{(۱-x^۲)^۲} > ۰$ (همیشه مثبت)

$x \geq ۰$: $\frac{x}{۱+x^۲}$ — $f' = \frac{۱-x^۲}{(۱+x^۲)^۲}$ — $f'=۰ \Rightarrow x = ۱$ (+ ، −)

$f(x) = ۰$ یا $x = ۰$

۲ نقطه بحرانی

۱٫۵

۱۰

$$y=\begin{cases}\dfrac{x}{1-x^2} & x\geq 0 \\ \dfrac{x}{1+x^2} & x<0\end{cases} \quad (x\neq 1) \rightsquigarrow D_y=\mathbb{R}-\{1\}$$

$$y'=\begin{cases}\dfrac{1-x^2+2x^2}{1-x^2}=\dfrac{1+x^2}{1-x^2} & x>0 \\ \dfrac{1+x^2-2x^2}{1-x^2}=\dfrac{1-x^2}{1+x^2} & x<0\end{cases} \longrightarrow \boxed{x=-1}$$

تابع در $x=0$ مشتق‌پذیر است و مشتق در آن صفر نیست پس تنها یک نقطه‌ای بحرانی $x=-1$ دارد

۹

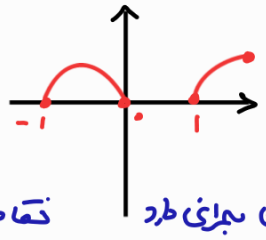
$$f'(x)<0 \rightarrow x^2-x-2\leq 0 \rightarrow -1\leq x\leq 2 \quad , \quad x\neq 2 \rightsquigarrow -1\leq x<2 \quad (1)$$

x زیر ریشه‌ی مضرب $\rightarrow 1-x\leq 1 \rightarrow x\geq 0$ (2)

$1,2 \rightsquigarrow \boxed{x=0 \text{ یا } 1}$

۸

$$y=x|1-x|\begin{cases}x^2-x & x\geq 0 \\ -x^2-x & x<0\end{cases} \rightsquigarrow \text{نمودار تابع}$$



مینیمم نسبی ($x=0$) — نقاط max نسبی ($x=1$) — مماس ۴ نقطه‌ای بحرانی طرد ($x=4$)

$$\frac{4x+x}{4-x}=\frac{4+0}{4}=\textcircled{1}$$