حل مسائل

۱۹٫۵ آفرین

۶/۸

①

آهنگ متوسط $= \frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{(1-\frac{a}{3})-(1-a)}{2} = \frac{\frac{2a}{3}}{2} = \frac{a}{3}$

$-\sqrt{3}=x$ در بازه‌ی [۳ و ۱] قرار ندارد

پس $x=\sqrt{3}$ تنها قابل قبول است!

$f'(x) = -ax - 1 \times x^{-2} = ax^{-2} \longrightarrow \frac{a}{3} = \frac{a}{x^2} \to x^2 = 3 \to \underline{x=\pm\sqrt{3}}$

---

②

نیمساز ناحیه سوم

$x=y$

$x<0$

$y' = 4ax - 5 = 1 \to 4ax = 6 \to ax = \frac{3}{2} \to 9a^2 = \frac{3}{2} = a = \pm\frac{1}{2}$

$x = 2ax^2 - 5x + 18a$

$0 = 2ax^2 - 6x + 18a \to \underset{\frac{3}{2}x}{ax^2} - 3x + 9a = 0 \to 9a = \frac{3}{2}x$

$\boxed{a = -\frac{1}{2}}$

۲

$9a = x$

---

③

$y' = 3x^2 - 12 = 0 \to x = +2, -2$

$x = 2 \to y = 8 - 24 + 2 = \underline{-14}$

مقدار min نسبی

x		-2		2	
y'	+	0	−	0	+
y	↗		↘		↗

۲

---

④

$y' = 3x^2 + 2ax - 2b \longrightarrow x=0 \to y'=0 : 2b=0$

$x=-2 \to y'=0 : 12 - 4a = 0 \to a = 3$

$y = x^3 + 3x^2 - 4$

$\begin{vmatrix} 0 \\ -4 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} -2 \\ 0 \end{vmatrix}$

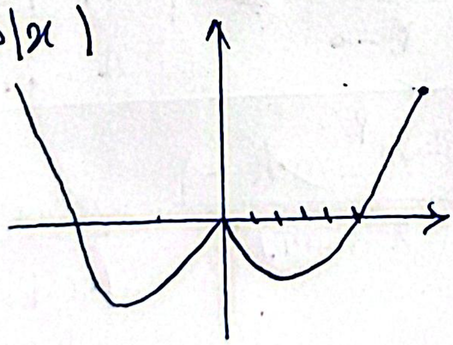
$d = \sqrt{(0-(-2))^2 + (-4-0)^2} = \sqrt{4+16} = \underline{2\sqrt{5}}$

۲

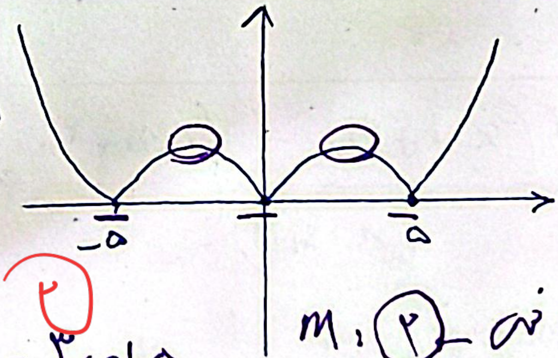
---

⑤

$x^2 - 5|x|$



$\longrightarrow$



۲

$\frac{n}{m} = \frac{3}{2} = 1.5$

m: ۲ ← max نسبی

n: ۳ ← min نسبی

---

⑥

$f(x) \begin{cases} x \geq 0 \longrightarrow x^2 + 3x \\ x < 0 \longrightarrow -x^2 + 3x \end{cases}$

$\to x^2 + 3x = 0 \to x = 0$ و -3 غ ق ق

$\to 2x + 3 = 0 \to x = -\frac{3}{2}$ غ ق ق

$\to -x^2 + 3x = 0 \to x = 0$ غ ق ق، $x = 3$ غ ق ق

$\to -2x + 3 = 0 \to x = \frac{3}{2}$ غ ق ق

$|f(x)|$

عرضی ← $f(x) = 0$

$f'(x) = 0$ ←

نقطه بحرانی دارد. $\underline{x=0}$

۲

۷

$[0,a]: f(x) = \sqrt[3]{x^2}(-x+a) = -x^{5/3} + a x^{2/3}$

$\to f'(x)=0 : -\frac{5}{3}x^{2/3} + \frac{2}{3} a x^{-1/3} = 0$

$\to -\frac{1}{3}x^{-1/3}(5x - 2a) = 0 \to x=0$ غ ق ق ، $x = \frac{2a}{5}$ ✓

$\left(\sqrt[3]{\frac{4a^2}{25}}\right)\left(\frac{3a}{5}\right) = \frac{3}{2}$

۲

$\sqrt[3]{\frac{4a^5}{5^5}} = \frac{1}{2} \to \frac{4a^5}{5^5} = \frac{1}{8} \to \frac{5^5}{2^5} = a^5 \to a = \frac{5}{2}$

۸

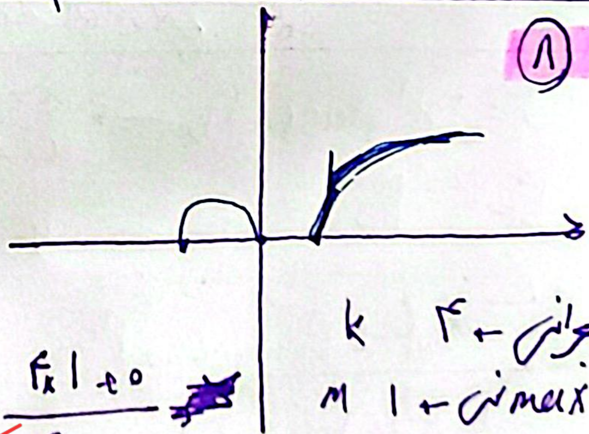
$f(x)\begin{cases} x \geq 0 \to \sqrt{x^2 - x} = \sqrt{x(x-1)} \\ x < 0 \to \sqrt{-x^2 - x} = \sqrt{-x(x+1)} \end{cases}$

+ | − | + : ✗ غ ق ق ✓

− | + | − : غ ق ق ✓ غ ق ق

؟

$1 = \frac{f_4 - 0}{4-0}$



عرض ← ۴ k

max ← ۱ m

min ← ۰ n

۲

۹

$y' = \frac{m(x-1+m) - 1(mx+2)}{(x-1+m)^2} = \frac{mx - m + m^2 - mx - 2}{(x-1+m)^2} = \frac{m^2 - m - 2}{(x-1+m)^2}$

عرض $x = 1-m$

۱/۷۵

$-1 \leq x \leq 1 \to -1 \leq 1-m \leq 1 \to -2 \leq -m \leq 0$

$2 \geq m \geq 0 \to$ اشتراک

۱۰

$f(x)\begin{cases} x \geq 0 & \frac{x}{1-x^2} \to f'(x) = \frac{1(1-x^2) - (-2x)(x)}{(1-x^2)^2} = \frac{1-x^2+2x^2}{(1-x^2)^2} = \frac{x^2+1}{(1-x^2)^2} \\ x < 0 & \frac{x}{1+x^2} \to f'(x) = \frac{1(1+x^2) - 2x(x)}{(1+x^2)^2} = \frac{1+x^2-2x^2}{(1+x^2)^2} \end{cases}$

No

۲

$1-x^2$ ، غ ق ق ، $x \neq 1$ ، $x \neq -1$ ، غ ق ق ، $x \neq 1$ ✓

نقطه بحرانی

۹

$$f'(x) < ۰ \rightarrow m^{۲} - m - ۲ \leq ۰ \rightarrow -۱ \leq m \leq ۲ \;,\; m \neq ۲ \rightsquigarrow \overset{1}{-۱ \leq m < ۲}$$

x در ریشه‌ی مضاعف $\rightarrow ۱ - m \leq ۱ \rightarrow \overset{2}{m \geq ۰}$

$$1, 2 \rightsquigarrow \boxed{m = ۰ \text{ یا } ۱}$$