۱۵

سارنیا ستاری

۱

۱٫۷۵

$x = 3 \Rightarrow 1 - \frac{a}{3}$

$x \to 1 \Rightarrow 1 - a$

$\frac{1 - \frac{a}{3} - 1 + a}{2} = \frac{a}{3}$

$f'(x) = \frac{a}{x^2}$

$\Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{a}{x^2}$

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$

$x = -\sqrt{3}$ در بازه‌ی [۱ و ۳] قرار ندارد

پس $x = \sqrt{3}$ تنها قابل قبول است!

۲

$y' = 4ax - 5$

$4ax - 5 = 1 \Rightarrow x = \frac{6}{4a} = \frac{3}{2a} \Rightarrow A = \left(\frac{3}{2a}, \pm\frac{3}{2a}\right)$

$+3 = 4a^2x^2 - 10ax + 34a^2 \xrightarrow{x = \frac{3}{2a}} a = \pm\frac{1}{2}$

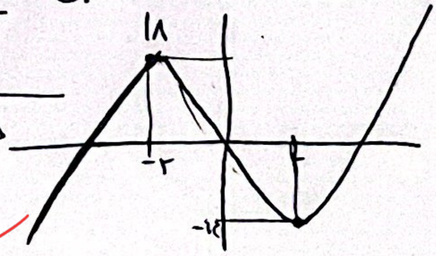
چون مماس ناحیه سه است پس طول و عرض A منفی است $\Rightarrow a = -\frac{1}{2}$

۳

$y' = 3x^2 - 12$

$y_{min} = -14$

		-2		2	
y'	$+$		$-$		$+$
	$\nearrow$	18	$\searrow$	-14	$\nearrow$



۲

۴) چون منحنی پیوسته است ⟸ تنها ext ها جایی است که علامت تغییر دهد.

$y' = ۳x^{۲} + ۲ax - ۲b \xrightarrow{x=۰} y' = -۲b = ۰ \Rightarrow \underline{b=۰}$

$\xrightarrow{x=-۲} ۱۲ - ۴a = ۰ \Rightarrow \underline{a=۳}$

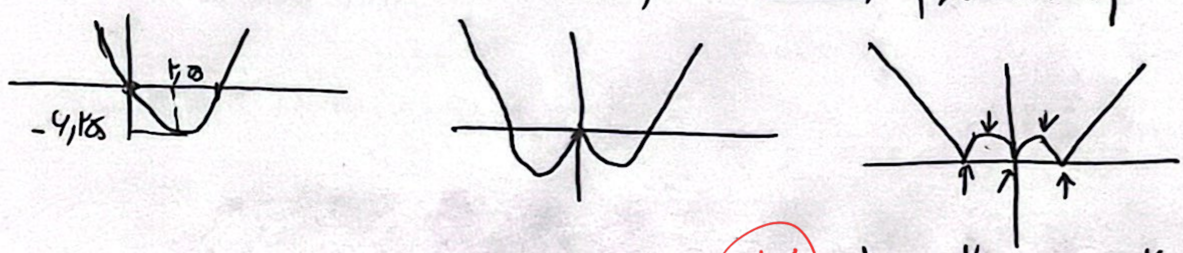
$\left.\begin{matrix}(۰,-۴)\\(-۲,۰)\end{matrix}\right\} \Rightarrow \sqrt{۴+۱۶} = ۲\sqrt{۵}$

۲

---

۵)

$x^{۲}-۵x \longrightarrow x^{۲}-۵|x| \longrightarrow |x^{۲}-۵|x||$



۲

$m=۲ \quad n=۴ \quad \frac{n}{m} = \frac{۴}{۲}$

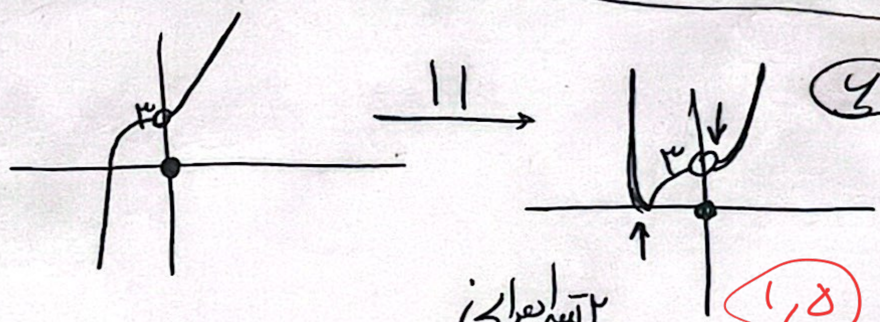
---

۶)

$x>۰ \Rightarrow x^{۲}+۳$

$x<۰ \Rightarrow -x^{۲}+۳$

$x=۰ \Rightarrow ۰$



۲ نقطه بحرانی

۱٫۵

9

$$y' = \frac{m^2-m-2}{(x+m-1)^2} \Rightarrow m^2-m-2 \le 0$$

$$(m-2)(m+1)$$

	-1		2	
$+$		$-$		$+$

$[-1,2]$

2

$(x+m-1)^2$ همواره $+$ است

برای اینکه صعودی باشد

$1-m \le 1 \Rightarrow m \ge 0$

$m \in [0,2)$

10

$x>0 \quad \frac{x}{1-x^2} \Rightarrow \frac{x^2+1}{(1-x^2)^2}$

$x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1 \longrightarrow$ بحرانی

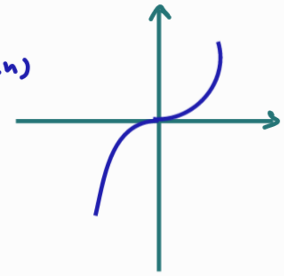
1,75

$x<0 \quad \frac{x}{1+x^2} \Rightarrow \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} = \quad x^2=\pm 1 \longrightarrow$ بحرانی

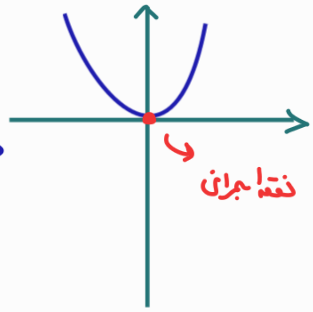
۶

$$f(x)=\begin{cases} x^۲+۳x & x\geq ۰ \\ -x^۲+۳x & x\leq ۰ \end{cases} \longrightarrow f'(x)=\begin{cases} ۲x+۳ & x\geq ۰ \\ -۲x+۳ & x<۰ \end{cases}$$

$$\boxed{f'_+(۰)=f'_-(۰)=۳}$$



$$\xrightarrow{|f(x)|}$$



۷

$$x\in[۰,a] \rightarrow |x-a|=-(x-a) \rightsquigarrow f(x)=-\sqrt[۳]{x^۲}\,(x-a)$$

$$=-x^{\frac{۵}{۳}}+a(x^{\frac{۲}{۳}}) \rightsquigarrow f'(x)=-\frac{۵}{۳}x^{\frac{۲}{۳}}+\frac{۲}{۳}a(x^{-\frac{۱}{۳}})$$

$$-\frac{۱}{۳}x^{-\frac{۱}{۳}}(۵x-۲a) \rightsquigarrow f'(۰) \rightarrow x=۰$$

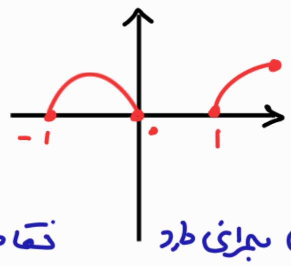
$$\rightarrow x=\frac{۲a}{۵} \checkmark \ max \rightarrow f(\frac{۲a}{۵})=۱/۵$$

$$\sqrt[۳]{\frac{۴a^۲}{۲۵}}\left|\frac{۲a}{۵}-a\right|=\frac{۳}{۲} \rightsquigarrow a^۳\times\frac{۴a^۲}{۲۵}=\frac{۱۲۵}{۸} \rightsquigarrow a^۵=\frac{۵^۵}{۲^۵} \rightarrow \boxed{a=۲/۵}$$

۸

$$y=x|x|-x \begin{cases} x^۲-x & x\geq ۰ \\ -x^۲-x & x\leq ۰ \end{cases} \rightsquigarrow$$

شکل تابع



مینیمم نسبی $(n=۰)$

نقاط max نسبی $(m=۱)$

شکل ۴ نقطه‌ای بحرانی دارد $(k=۴)$

$$\frac{km+n}{k-n}=\frac{۴+۰}{۴}=1$$

10

$$y = \begin{cases} \dfrac{x}{1-x^2} & x \geq 0 \quad x \neq 1 \\[2ex] \dfrac{x}{1+x^2} & x \leq 0 \end{cases} \rightsquigarrow D_y = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$y' = \begin{cases} \dfrac{1-x^2+2x^2}{1-x^2} = \dfrac{1+x^2}{1-x^2} & x > 0 \\[2ex] \dfrac{1+x^2-2x^2}{1-x^2} = \dfrac{1-x^2}{1+x^2} & x < 0 \end{cases} \longrightarrow \boxed{x = -1}$$

تابع در $x=0$ مشتق پذیر است و مشتق در آن صفر نیست پس تنها یک نقطه‌ای بحرانی $x=-1$ دارد