نام: دینا احمدی شماره کلاس: ۲۵ مقطع: دوازدهم دختران B ۱۹ آذر

①

شیب خط متوسط $= \dfrac{(1-\frac{a}{2})-(1-a)}{2-1} = \dfrac{a}{2}$

$y = 1 - ax^{-1} \to y' = ax^{-2} = \dfrac{a}{x^2}$

$\to \dfrac{a}{2} = \dfrac{a}{x^2} \to \begin{cases} x = -\sqrt{2} \ \times & \text{در بازه } [1,4] \text{ نیست} \\ x = \boxed{\sqrt{2}} \ \checkmark \end{cases}$

۲

②

$A(b,b) \to y = 2ab^2 - 5b + 18a = b \xrightarrow{*} 2(\frac{3}{2b})b^2 - 5b + 18(\frac{3}{2b}) = b \to b = \begin{cases} +2 \ \times \\ -2 \ \checkmark \end{cases}$ نیمساز سوم

$\to y' = 4ab - 5 = 1 \to 4ab = 6 \to ab = \frac{3}{2} \to a = \frac{3}{2b} \ *$

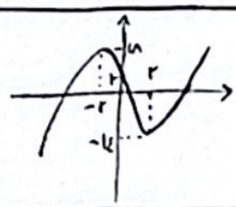
$\to a = \frac{3}{2b} = \boxed{\frac{-1}{2}}$

۲

③

$y' = 3x^2 - 12$

x		-2		2	
f'	$+$	$\bullet$	$-$	$\bullet$	$+$
f	$\nearrow$	16	$\searrow$	-16	$\nearrow$



min نسبی $= \left|_{-16}^{2}\right. \to$ عرض $= \boxed{-16}$

۲

④

x		-2		0	
y'	$+$	$\bullet$	$-$	$\bullet$	$+$
y	$\nearrow$		$\searrow$	-4	$\nearrow$

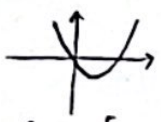
$f'(x) = 3x^2 + 2ax - 2b \to f'(0) = 0 \to b = 0$

$f'(-2) = 0 \to 12 - 4a = 0 \to a = 3$

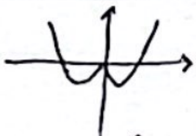
$f(x) = x^3 + 4x^2 - 4 \to$ فاصله بین اکسترمم‌های نسبی‌ها $\to x = \sqrt{2^2 + 4^2} = \boxed{2\sqrt{5}}$

۲

⑤


$f(x) = x^2 - 5x$

$\to$


$g(x) = x^2 - 5|x|$

$\to$

$h(x) = |x^2 - 5|x||$

$\to \begin{matrix} m \to 2 \\ n \to 3 \end{matrix} \to \dfrac{n}{m} = \dfrac{3}{2}$

۲

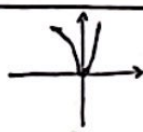
⑥

$f(x) = x(|x| + 2) = x|x| + 2x \ \begin{cases} x \geq 0: & x^2 + 2x \\ x < 0: & -x^2 + 2x \end{cases}$

$\to$


$f(x)$

$\to$


$|f(x)|$

x		0	
f'	$-$		$+$
f	$\searrow$		$\nearrow$

$\to$ تنها در نقطه $(0,0)$ که زاویه دار است بحرانی وجود دارد. $\to$ ① نقطه

۲

⑦

$f(x) = \sqrt[3]{x^2}\,|x - a|$ در بازه $[0,a]$ قدرمطلق منفی است. $f'(x) = \dfrac{2x}{3\sqrt[3]{x}}(-x + a) - \sqrt[3]{x^2}$

$f'(x) = 0 \to -2x^2 + 2ax = 3x \to x(2x + 3 - 2a) = 0 \to \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2a-3}{2} \end{cases}$

x	0		$\frac{2a-3}{2}$		a
y'	$\bullet$	$+$	$\bullet$	$-$	
y		$\nearrow$	$1/5$	$\searrow$	

$\to f(\frac{2a-3}{2}) = 1/5 \to \sqrt[3]{(\frac{2a-3}{2})^2}\,\left|\frac{2a-3}{2} - a\right| = \frac{3}{2} \to \sqrt[3]{(\frac{2a-3}{2})^2} = 1 \to 2a - 3 = 2 \to a = \boxed{\frac{5}{2}}$

۲

⑧

$\sqrt{x|x| - x} \ \begin{cases} x \geq 0: & \sqrt{x^2 - x} \to f'(x) = \dfrac{2x}{2\sqrt{x^2 - x}} \to \begin{cases} 2x = 0 \to x = 0 \\ x^2 - x = 0 \to x = 0, 1 \end{cases} \\ x < 0: & \sqrt{-x^2 - x} \to f'(x) = \dfrac{-2x}{2\sqrt{-x^2 - x}} \to \begin{cases} -2x = 0 \to x = 0 \\ -x^2 - x = 0 \to x = 0, -1 \end{cases} \end{cases}$

۱٫۵

x		-1		0		1	
y			$+$				$+$
y'			$\nearrow$				$\nearrow$

$\to$

$\begin{matrix} m = n = 0 \\ k = 2 \end{matrix} \to \dfrac{km + n}{k - n} = 0$

(۹)

$D_f = x-1+m \neq 0 \rightarrow \left.\begin{array}{l} m \neq 1-x \\ \text{اگر} \rightarrow m \neq 2 \end{array}\right\} \rightarrow x=-1 \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$

۱,۷۵

فرد $\rightarrow m(-1+m) - 2 < 0 \rightarrow m^2 - m - 2 < 0 \rightarrow \begin{array}{c|c|c} & -1 & 2 \\ + & - & + \end{array} \rightarrow m \in [-1, 2) \rightarrow 0, -1, 1 \rightarrow$ ۳ مقدار صحیح

(۱۰)

۱,۷۵

$f(x) = \dfrac{x}{1-x|x|}$

$\xrightarrow{x \geq 0} \dfrac{x}{1-x^2} \rightarrow f'(x) = \dfrac{1+x^2}{(1-x^2)^2} \Rightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \quad \times \\ f'(x) = \text{تن} \rightarrow x = \pm 1 \end{cases}$

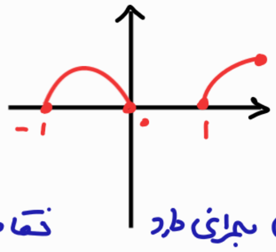
$\xrightarrow{x < 0} \dfrac{x}{1+x^2} \rightarrow f'(x) = \dfrac{1-x^2}{(1+x^2)^2} \Rightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \rightarrow x = \cancel{\pm 1} \\ f'(x) = \text{تن} \rightarrow \times \end{cases}$

$\xrightarrow{\cap} x = \pm 1$

دو نقطه

۸

$$y = x|x| - x \quad \begin{cases} x^2 - x & x \geq 0 \\ -x^2 - x & x \leq 0 \end{cases} \rightsquigarrow \text{شکل تابع}$$



مینیمم نسبی $(n=0)$ نقاط max نسبی $(m=1)$ شکل ۴ نقطه‌ی بحرانی دارد $(k=4)$

$$\frac{km+n}{k-n} = \frac{4+0}{4} = 1$$

۹

$$f'(x) < 0 \rightarrow m^2 - m - 2 \leq 0 \rightarrow -1 \leq m \leq 2 \,,\; m \neq 2 \rightsquigarrow -1 \leq m < 2 \quad (1)$$

$$x \text{ (ریشه‌ی مخرج)} \rightarrow 1 - m \leq 1 \rightarrow m \geq 0 \quad (2)$$

$$1, 2 \rightsquigarrow \boxed{m = 0 \text{ یا } 1}$$

۱۰

$$y = \begin{cases} \dfrac{x}{1-x^2} \; (x \neq 1) & x \geq 0 \\[2ex] \dfrac{x}{1+x^2} & x \leq 0 \end{cases} \rightsquigarrow D_y = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$y' = \begin{cases} \dfrac{1-x^2+2x^2}{1-x^2} = \dfrac{1+x^2}{1-x^2} & x > 0 \\[2ex] \dfrac{1+x^2-2x^2}{1-x^2} = \dfrac{1-x^2}{1+x^2} & x < 0 \end{cases} \longrightarrow \boxed{x = -1}$$

تابع در $x=0$ مشتق‌پذیر است و مشتق در آن صفر نیست پس تنها یک نقطه‌ی بحرانی $x=-1$ دارد