نام و نام خانوادگی ......هستی‌نهاد شفیعی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲-۵.. کلاس ...دوازدهم ب تجربی......

۱۸٫۵ دقت کن دختر!

۱

آهنگ متوسط در بازه‌ی [۱و۳] : $\frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{1-\frac{a}{3}-1+a}{2} = \frac{a}{3}$

۱٫۷۵

آهنگ تغییر لحظه‌ای : $f'(x) = \frac{+a}{x^2}$

$-\sqrt{3} = x$ در بازه‌ی [۱و۳] قرار ندارد

پس $x=\sqrt{3}$ تنها قابل قبول است!

$\to \frac{a}{x^2} = \frac{a}{3} \to x = \pm\sqrt{3}$

۲

چون برنیمساز ناحیه سوم مماس یعنی نقطه‌ی (x_0, x_0) در $f(x)$ صدق می‌کند.

$2ax^2-5x+18a = x \to 2ax^2-6x+18a=0 \to ax^2-3x+9a=0 \to \Delta=0$

$9-36a^2=0 \to a=\pm\frac{1}{2}$

اگر $a>0$ باشد x نیز بزرگتر از صفر می‌شود ← اما فرض سوال این است

$f'(x)$ در نقطه‌ی x_0، ۱ می‌شود $\to 4ax-5=1 \to ax=\frac{3}{2}$

۲

که این دو در ناحیه‌ی ۳ بهم مماس شده‌اند یعنی $x<0$ است و $a<0$ قابل قبول است یعنی $a=-\frac{1}{2}$

۳

$f'(x)=3x^2-12=0 \to x=\pm 2$

دقت!

۱٫۷۵

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$		↗	max	↘	min	↗	

$8-24+2=-14$

$f(2)=2^3-12(2)+2=-14$ ← مقدار مینیمم نسبی به ازای $x=2$ است

۴

پس نقاط $x=0$ و $x=-2$ تابع مشتق $f(x)$ را صفر می‌کنند.

$f'(x)=3x^2+2ax-2b \to S=\frac{-b}{a}=-2 \to \frac{-2a}{3}=-2 \to a=3$

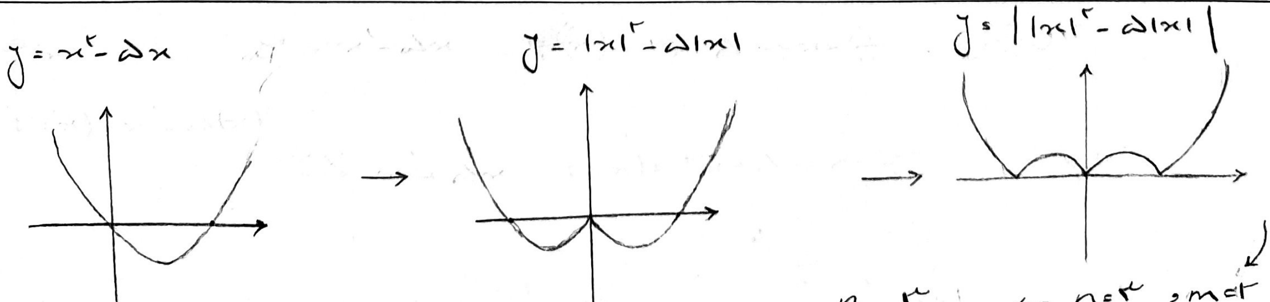
$\to P=\frac{c}{a}=0 \to \frac{-2b}{3}=0 \to b=0$

۱٫۷۵

$\to f(x)=x^3+3x^2-4$

فاصله نقاط اکسترمم = $f(0)=-4$ ، $f(-2)=0$ $\to 0-(-4)=4$

۵



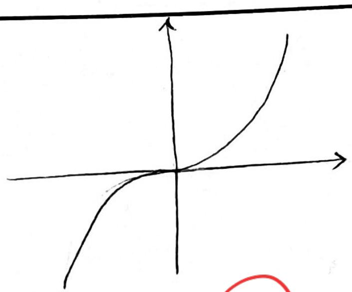
$m=2$ و $n=3$ $\to \frac{n}{m}=\frac{3}{2}$

۲

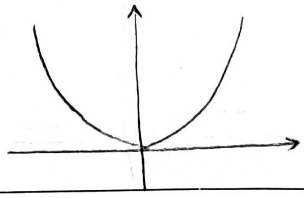
۶

$f(x) = x(|x|+3) \xrightarrow{x\geq 0} x^2+3x$

$\xrightarrow{x<0} -x^2+3x \rightarrow$



$|f(x)| = |x(|x|+3)| \rightarrow$



یک نقطه‌ی بحرانی دارد !

۲

۷

$f(x) = \sqrt[3]{x^2}\,|x-a| \xrightarrow{0\leq x\leq a} f(x) = \sqrt[3]{x^2}\,(-x+a)$

$f'(x) = \frac{2x}{3\sqrt[3]{x^4}} \times (-x+a) - \sqrt[3]{x^2} = 0 \rightarrow \frac{2}{3}(-x+a) = x \rightarrow x = \frac{2}{5}a$

$f(\frac{2a}{5}) = 1.5 \rightarrow \sqrt[3]{\frac{4a^2}{25}} \times \frac{3a}{5} = \frac{3}{2} \rightarrow \sqrt[3]{\frac{4a^2}{25}} = \frac{5}{2a} \rightarrow \frac{4a^2}{25} = \frac{5^3}{8a^3} \rightarrow a^5 = \frac{5^5}{2^5} \rightarrow a = \frac{5}{2}$

۲

۸

اکسترمم نسبی در $\sqrt{x|x|-x}$ هنگامی به وجود می‌آید که زیر رادیکال اکسترمم نسبی باشد پس از عبارت زیر رادیکال مشتق می‌گیریم:

$x|x|-x \xrightarrow{x\geq 0} f'(x) = 2x-1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$ غیرقابل قبول در دامنه نیست!

$\xrightarrow{x<0} f'(x) = -2x-1 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$ قابل قبول

۱/۵

$x = -\frac{1}{2}$ مینیمم نسبی بوده است $(n=1)$ و ماکسیمم نسبی ندارد $(m=0)$ ← برای نقاط بحرانی علاوه بر $x = -\frac{1}{2}$

نقاطی که زیر رادیکال را صفر می‌کنند هم حساب است؛ پس ۴ نقطه بحرانی داریم: $x|x|-x = 0 \rightarrow x = 0, -1, 1$

$\rightarrow \frac{Km+n}{K-n} = \frac{1}{4}$

۹

$f'(x) = \frac{m^2-m-2}{(x-1+m)^2} \rightarrow$ مخرج همواره مثبت است برای اینکه در بازه‌ی $(1, +\infty)$ نزولی باشد، صورت باید منفی یا صفر باشد

$\rightarrow m^2-m-2 \leq 0 \rightarrow$

	-1		2	
$+$	0	$-$	0	$+$

$\xrightarrow{m\neq 2} m \in [-1, 2) \rightarrow$ ۳ مقدار صحیح

۱/۵

۱۰

باید ببینیم $f'(x)$ کجا ها صفر یا تعریف نشده می‌باشد:

$f(x) = \frac{x}{1-x|x|} \xrightarrow{x\geq 0} f'(x) = \frac{x^2+1}{(1-x^2)^2} \rightarrow x = \pm 1 \xrightarrow{x\geq 0} x = 1$

$\xrightarrow{x<0} f'(x) = \frac{-x^2+1}{(1+x^2)^2} \rightarrow x = \pm 1 \xrightarrow{x<0} x = -1$

۲

درست است که این دو نقطه $f'(x)$ را تعریف نشده یا صفر می‌کنند اما نقطه‌ی بحرانی به ازای نقاطی تعریف می‌شود که عضو دامنه باشند ← $x=1$ عضو دامنه نیست پس یک نقطه‌ی بحرانی داریم.

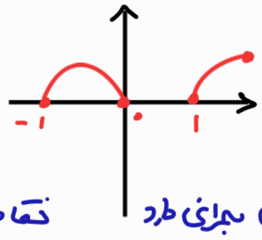
$$y' = 3x^2 + 2ax - 2b \rightarrow f'(0) = 0 \longrightarrow \boxed{b = 0}$$ ۴

$$\hookrightarrow f'(-2) = 0 \longrightarrow 12 - 4a = 0 \longrightarrow \boxed{a = +3}$$

$$y = x^3 + 3x^2 - 4 \rightarrow f(0) = -4$$

$$\hookrightarrow f(-2) = 0 \rightsquigarrow \text{فاصله} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = \boxed{2\sqrt{5}}$$

$$y = x|x| - x \begin{cases} x^2 - x & x \geq 0 \\ -x^2 - x & x \leq 0 \end{cases} \rightsquigarrow$$ ۰/۵ شکل تابع ۸



مینیمم نسبی $(n = 0)$

نقاط max نسبی $(m = 1)$

۰/۵ شکل ۴ نقطه‌ای بحرانی دارد $(k = 4)$

$$\frac{km + n}{k - n} = \frac{4 + 0}{4} = 1$$

۹

$$f'(x) \leq 0 \longrightarrow m^2 - m - 2 \leq 0 \longrightarrow -1 \leq m \leq 2 \ , \ m \neq 2 \rightsquigarrow -1 \leq m < 2 \quad 1$$

ریشه مضاعف $x \longrightarrow 1 - m \leq 1 \longrightarrow m \geq 0 \quad 2$

$$1, 2 \rightsquigarrow \boxed{m = 0 \text{ یا } 1}$$