سارینا عابدینی

۱۹٫۵ آفرین

۱-

$$\text{آهنگ تغییر متوسط} = \frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{(1-\frac{9}{3})-(1-a)}{2} = \frac{a}{3}$$

$$\text{آهنگ لحظه‌ای} = f'(x) = \frac{a}{x^2} \longrightarrow f'(x) = \frac{a}{3} \rightarrow \frac{a}{3} = \frac{a}{x^2} \begin{cases} x = +\sqrt{3} \checkmark \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$$

۲

غ ق ق باضو بازه نیست

۲-

$$ax^2 - 3x + 9a = 0$$

$$2ax^2 - 5x + 18a = x \rightarrow 2ax^2 - 6x + 18a = 0 \xrightarrow{\Delta = 0} 9 - 4(a)(9a) = 0$$

$$9 - 36a^2 = 0 \rightarrow a = \pm\frac{1}{2} \ \text{I}, \quad f'(x) = 1 \rightarrow 4ax - 5 = 1 \rightarrow ax = \frac{3}{2} \ \text{II}$$

I و II $\rightarrow$ چون در ناحیه دوم بزرگ محاسبه شده a و x <0 $\rightarrow a = -\frac{1}{2}$ ✓

۲

۳-

برای پیدا کردن min و max نسبی مخرج باید نقاط مجانبی آن را پیدا کنیم.

$$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \rightarrow 3(x^2 - 4) = 0 \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases} \longrightarrow \begin{array}{c|ccc} & -2 & 2 \\ \hline + & - & + \end{array} \xrightarrow{x=2} f(2) = 16 - 24 + 2 = -14$$

۲

۴-

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax - 2b \xrightarrow{x=0} -2b = 0 \rightarrow b = 0$$

$$\xrightarrow{x=-2} 12 - 4a - 2b = 0 \rightarrow a = 3$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4 \xrightarrow{x=0} f(0) = -4 \rightarrow (0, -4)$$

$$\xrightarrow{x=-2} f(-2) = 0 \rightarrow (-2, 0)$$

۲

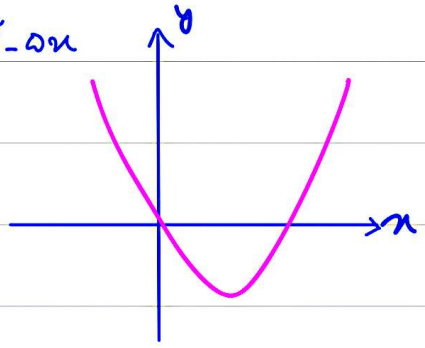
$$d = \sqrt{(0+2)^2 + (-4-0)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \checkmark$$

CamScanner

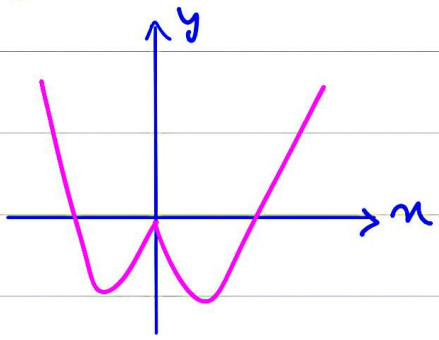
ساریا عابدینی

۵-

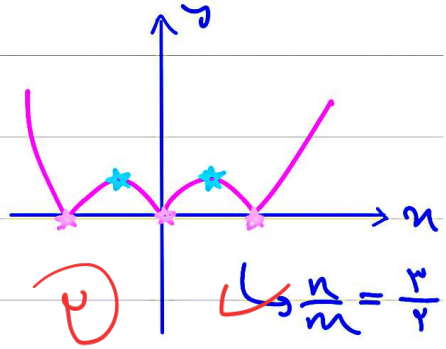
$y=x^2-5x$



$y=x^2-5|x|$



$y=|x^2-5|x||$



۲ ۱ $\frac{m}{n}=\frac{3}{2}$

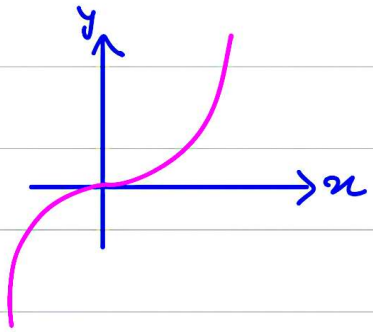
۶-

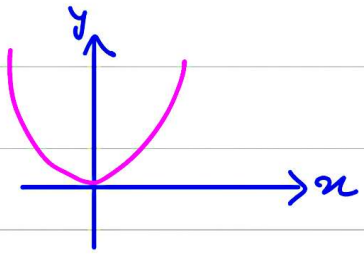
$y=x(|x|+2)$

$x\geq 0 \rightarrow y=x^2+2x$

$x<0 \rightarrow y=-x^2+2$

$y=|x(|x|+2)$





۲ ۱ → کمینه مطلق

۷-

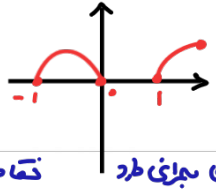
$f'(x)=\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}(a-x)-\sqrt[3]{x^2}=\frac{2a-2x-3x}{3\sqrt[3]{x^2}}=0 \rightarrow 2a-5x=0 \rightarrow x=\frac{2a}{5}$

$f(\frac{2a}{5})=\frac{2}{1} \rightarrow \sqrt[3]{\frac{4a^2}{5}}\left(\frac{2a}{5}\right)=\frac{2}{1} \rightarrow \frac{4a^2}{25}\times\frac{a^2}{125}=\frac{1}{8} \rightarrow a^5=\frac{5^5}{2^5} \rightarrow a=\frac{5}{2}$

۱ ۲

سارینا عابدینی

$y = x|x| - x \begin{cases} x^2-x & x \geq 0 \\ -x^2-x & x<0 \end{cases}$ ← شکل تابع



مینیمم نسبی ($n=0$) — نقاط max نسبی ($m=1$) — مثل ۴ نقطه‌ای بجای طرد ($k=4$)

$\frac{km+n}{k-n} = \frac{4+0}{4} = 1$

۸-

$f(x) = \sqrt{x|x| - x} \xrightarrow{x \geq 0} f(x) = \sqrt{x^2 - x} \rightarrow f'(x) = \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}}$

$\rightarrow x = \frac{1}{2}$ → غیق چون دامنه نیست

$\rightarrow x = 0$ ✱

$\rightarrow x = 1$ ✱

۱/۵

$\rightarrow f(x) = \sqrt{-x^2-x} \xrightarrow{x \leq 0} f'(x) = \frac{-2x-1}{2\sqrt{-x^2-x}}$

$\rightarrow x = -\frac{1}{2}$ → نسبی → e_{max} →

$\rightarrow x = 0$

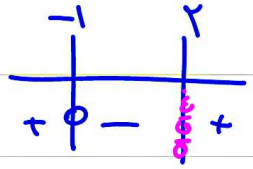
$\rightarrow x = -1$ ✱

$m=0$ و $n=1$ و $k=4$

$\frac{km+n}{k-n} = \frac{1}{4}$

۹-

$f'(x) = \frac{m^2-m-2}{(x-1+m)^2} \rightarrow m^2-m-2 \leq 0$



$\rightarrow m \in [-1, 2)$

← سه مقدار صحیح

۱/۵

۱۰-

$D_f \Rightarrow 1 - x|x| \neq 0 \rightarrow x \neq 1 \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ ✱

$f'(x) = 0 \xrightarrow{x \geq 0} \frac{(1-x^2) - x(-2x)}{(1-x^2)^2} = \frac{x^2+1}{(1-x^2)^2} = 0 \rightarrow$ جواب ندارد

✱ در $x=1$ تعریف نشده می‌شود.

$\xrightarrow{x<0} \frac{1+x^2 - x(2x)}{(1+x^2)} = \frac{-x^2+1}{(1+x^2)^2} = 0 \rightarrow x = \pm 1 \xrightarrow{x<0} x = -1$ ✱

✱ از بین نقاط بحرانی فقط $x=-1$ در دامنه هست پس تابع یک نقطه بحرانی دارد.

۹

$f'(x) < 0 \rightarrow m^2 - m - 2 \leq 0 \rightarrow -1 \leq m \leq 2$, $m \neq 2$ $\rightsquigarrow$ $-1 \leq m < 2$ (1)

x ریشه‌ی مضرب $\rightarrow 1 - m \leq 1 \rightarrow m \geq 0$ (2)

1, 2 $\rightsquigarrow$ $\boxed{m = 0 \text{ یا } 1}$