

۱۹/۲۵
آزمون

$$\frac{f(3) - f(1)}{2} = \frac{\frac{9a}{3} - \frac{a}{3}}{2} = \frac{a}{3} \quad - \quad f'(x) = \frac{a}{2x}$$

$$\frac{a}{3} = \frac{a}{2x} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}}$$

در بازه $x \in [1, 3]$ قرار ندارد
پس $x = \sqrt{3}$ تنها قابل قبول است!

۱۷۸

۱

$$y' = 3ax - a \quad \text{نقطه زناختی} \rightarrow y = x \quad x < 0 \quad \quad \quad 3ax - a = 1$$

$$x = \frac{1}{3a}$$

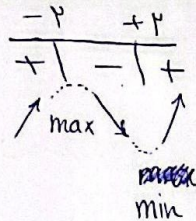
$$\text{Max } \frac{a}{3ax} - a \times \frac{1}{3a} + 1 = a = \frac{1}{3a} \Rightarrow \frac{a}{3a} = 1 \Rightarrow a = \pm\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow a = \pm\frac{1}{\sqrt{3}} \rightsquigarrow \frac{1}{\sqrt{3}} < 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

۲

۲

$$3x^2 - 12 \Rightarrow x^2 - 4 = 0$$



$$y(2) = -4$$

۳

۳

$$y' = 3x^2 + 2ax - 2b \Rightarrow -2b = 0 \Rightarrow b = 0$$

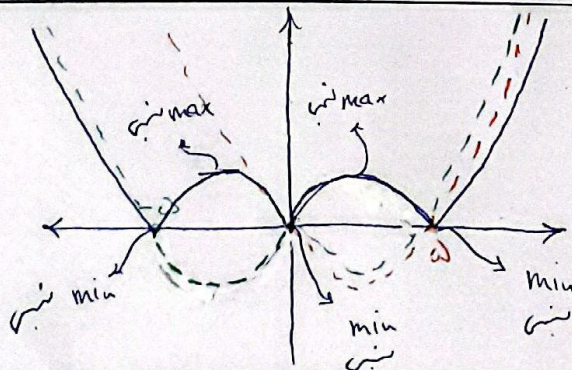
$$12 - 2a = 0 \Rightarrow a = 6 \quad (0, -4), (2, 0)$$

$$\sqrt{4+12} = 4\sqrt{4}$$

۴

۴

$$|x^2 - 2|x||$$



$$M = 2$$

$$m = 2$$

$$\frac{h}{m} = \frac{2}{2}$$

۵

۵

$|f(x)| = \begin{cases} (x^2 + px) & x \geq 0 \\ -x^2 + px & x < 0 \end{cases}$

$f(x):$

$|f(x)|$

فقط در نقطه 0

$f(x) = \sqrt[p]{x^p} (a-x)$ $f'(x) = \frac{px}{p \sqrt[p]{x^p}} (a-x) - \sqrt[p]{x^p}$

$f'(x) = \frac{pax - px^p - px^p}{p \sqrt[p]{x^p}} = \frac{pax - 2px^p}{p \sqrt[p]{x^p}} \rightarrow x(pa - 2x)$

$\begin{cases} 0 \rightarrow 0 \\ a \rightarrow 0 \\ \frac{pa}{2} \rightarrow \frac{pa}{2} \times \sqrt[p]{\frac{pa^p}{pa}} = \frac{p}{p} \end{cases}$

$a = \frac{pa}{2} \Rightarrow a = \frac{p}{2}$

$f(x) \begin{cases} \sqrt{x^2-x} & x \geq 0 \\ \sqrt{-x^2-x} & x < 0 \end{cases}$ $f'(x) = \begin{cases} \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}} & x > 0 \\ \frac{-2x-1}{2\sqrt{-x^2-x}} & x < 0 \end{cases}$

$x = \frac{1}{2}, 0, 1$ $x = -\frac{1}{2}, 0, -1$

$D_f = [-1, 0] \cup [0, +\infty)$

$\begin{matrix} -1 & 0 & 1 \\ + & - & - \\ \hline \uparrow & \downarrow & \\ \text{min} & & \text{max} \end{matrix}$

$\frac{-1}{2} = 1$

$\frac{m(m-1)-r}{(x-1+m)} = \frac{m^2-m-r}{m+x-1} < 0$

$\begin{matrix} -1 & 0 & 1 \\ + & - & - \\ \hline \uparrow & \downarrow & \\ \text{min} & & \text{max} \end{matrix}$

$m=1$
 $n=0$
 $k=r$

$n=1$ ، $r=0$ ، $m=1$ ، $x=1$ ، $x=0$ ، $x=-1$

$n=0$ ، $x=1$ ، $x=0$ ، $x=-1$

$1/1/5$

فقط در نقطه 0

$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1-x^2} & x \geq 0 \\ \frac{x}{1+x^2} & x < 0 \end{cases}$

$f'(x) = \begin{cases} \frac{(1-x^2) - x(-2x)}{1-x^2} \rightarrow \frac{x^2+1}{1-x^2} = x & x \geq 0 \\ \frac{(1+x^2) - x(2x)}{1+x^2} \rightarrow \frac{1-x^2}{1+x^2} = -x & x < 0 \end{cases}$

$x^2+1=0 \rightarrow x = \pm 1$

$1-x^2=0 \rightarrow x = \pm 1$

$1/1/5$

فقط در نقطه 0

$$f'(x) < 0 \rightarrow m^2 - m - 2 \leq 0 \rightarrow -1 \leq m \leq 2, m \neq 2 \rightsquigarrow -1 \leq m < 2$$

$$x \text{ (ریشه منفی)} \rightarrow 1 - m \leq 1 \rightarrow m \geq 0$$

$$1, 2 \rightsquigarrow \boxed{m = 0 \leq 1}$$

$$y = \begin{cases} \frac{x}{1-x^2} & x \geq 0 \\ \frac{x}{1+x^2} & x \leq 0 \end{cases} \rightsquigarrow D_y = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$y' = \begin{cases} \frac{1-x^2+2x^2}{1-x^2} = \frac{1+x^2}{1-x^2} & x > 0 \\ \frac{1+x^2-2x^2}{1-x^2} = \frac{1-x^2}{1+x^2} & x < 0 \end{cases} \rightarrow \boxed{x = -1}$$

توجه: $x = 0$ مشتق نپذیراست و مشتق در آن صفر نیست پس تنها یک نقطه ای بجای $x = -1$ دارد