پارسا زندی

۱۴/۷۵

سؤال ۱

$f(x)=1-\frac{a}{x}$ در بازه $[1,3] \rightarrow \frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{1-\frac{a}{3}-(1-a)}{2} = \frac{\frac{2}{3}a}{2} = \frac{a}{3}$

$f'(x)=\frac{a}{x^2} \Rightarrow \frac{a}{x^2}=\frac{a}{3} \Rightarrow x^2=3 \Rightarrow x=\pm\sqrt{3} \Rightarrow \boxed{x=\sqrt{3}}$

۲

سؤال ۲

$y=2ax^2-5x+18a \Rightarrow y'=4ax-5 \Rightarrow 4ax-5=1 \Rightarrow 4ax=6$

نیمساز ۱، ۳ $\quad y=x \rightarrow y'=1 \quad \Rightarrow ax=\frac{3}{2}$

$2ax^2-5x+18a=x \Rightarrow 2ax^2-6x+18a=0$

۱

سؤال ۳

$y=x^3-12x+2 \qquad y'=3x^2-12=0 \Rightarrow 3x^2=12 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2$

x		-2		$+2$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\nearrow$		$\searrow$	min نسبی	$\nearrow$

$\boxed{(2,-14) \leftarrow \text{min نسبی}}$

۲

سؤال ۴

$y=x^3+ax^2-2bx-4 \qquad y'=3x^2+2ax-2b=3x^2+6x$

$x=0,-2 \qquad y'(0)=-2b=0 \Rightarrow \boxed{b=0}$

$d=? \qquad y'(-2)=12-4a=0 \Rightarrow 4a=12 \Rightarrow \boxed{a=3}$

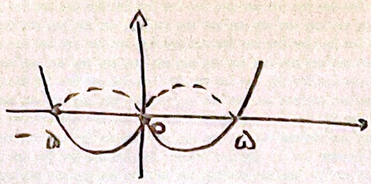
$y=x^3+3x^2-4 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=-4 \Rightarrow (0,-4) \\ x=-2 \Rightarrow y=0 \Rightarrow (-2,0) \end{cases}$

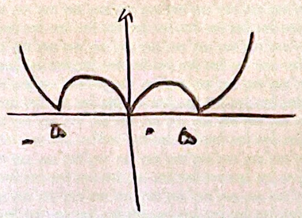
$d=\sqrt{(-2-0)^2+(0+4)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

۲

سؤال ۵

$f(x)=x^2-5|x| \begin{cases} x\geq 0 & x^2-5x \Rightarrow x(x-5) \\ x<0 & x^2+5x \Rightarrow x(x+5) \end{cases}$ $\quad x=0,5,-5$





ن min ۳

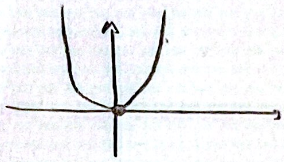
ن max ۲

$\frac{n}{m}=\frac{3}{2}$

۳

سؤال ۶

$|x(|x|+3)| \begin{cases} x\geq 0 & |x^2+3x|=|x(x+3)| \rightsquigarrow 0,-3 \\ x<0 & |-x^2+3x|=|x(-x+3)| \rightsquigarrow 0,3 \end{cases}$



اُسعم

۲

سؤال ۷

$f(x)=\begin{cases} \sqrt[3]{x^2}\,(x-a) & x\geq a \\ -\sqrt[3]{x^2}\,(x-a) & x\leq a \end{cases} \qquad f'(x)=\begin{cases} \frac{2(x-a)}{3\sqrt[3]{x}}+\sqrt[3]{x^2} & x\geq a \\ -\left(\frac{2(x-a)}{3\sqrt[3]{x}}+\sqrt[3]{x^2}\right) & x\leq a \end{cases}$

$\Rightarrow -\left(\frac{2(x-a)}{3\sqrt[3]{x}}+\sqrt[3]{x^2}\right)=0 \Rightarrow -\frac{2(x-a)}{3\sqrt[3]{x}}=\sqrt[3]{x^2} \Rightarrow x-a=-\frac{3}{2}x \Rightarrow x=\frac{2a}{5}$

۲

$-\sqrt[3]{\left(\frac{2a}{5}\right)^2}\left(\frac{2a}{5}-a\right)=\frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt[3]{\left(\frac{2a}{5}\right)^2}\times a=\frac{5}{2} \Rightarrow \sqrt[3]{\left(\frac{2a}{5}\right)^2}\times\sqrt[3]{a^3}=\frac{5}{2} \Rightarrow \boxed{a=2/5}$

سؤال ۸

$f(x)=\begin{cases} \sqrt{x^2-x} & x\geq 1 \\ \sqrt{-x^2-x} & x\leq 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x)=\begin{cases} \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}} & x\geq 1 \\ \frac{-2x-1}{2\sqrt{-x^2-x}} & x\leq 0 \end{cases}$

$f'(x)$ در $\{-1,0,1\}$ تعریف نشده

۲

$f'(x)=0 \Rightarrow \{-\frac{1}{2}\}$

$f'_-(-\frac{1}{2})>0 \quad f'_+(-\frac{1}{2})<0 \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} \\ m=1 \end{cases} \Rightarrow \frac{km+n}{k-n}=\frac{f(1)+0}{f}=1$

سؤال ۱۰

$f(x) = \frac{x}{1-x|x|}$ $x>0$ $\frac{x}{1-x^2} \rightsquigarrow y' = \frac{(1-x^2)+2x(x)}{(1-x^2)^2} = \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2}$

$x<0$ $\frac{x}{1+x^2} \rightsquigarrow \frac{1+x^2-2x(x)}{(1+x^2)^2} = \frac{-x^2+1}{(1+x^2)}$

۱٫۷۵

$1-4x^2=0 \longrightarrow 4x^2=1 \Rightarrow x^2=\frac{1}{4} \Rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

$-x^2+1=0 \Rightarrow x=\pm 1$ $(-1, 1)$ ۲ نقطه بحرانی دارد

$$y = \begin{cases} \frac{x}{1-x^2} & x \geq 0 \\ \frac{x}{1+x^2} & x \leq 0 \end{cases} \quad x \neq 1 \rightsquigarrow D_y = \mathbb{R} - \{1\}$$

۱۰

$$y' = \begin{cases} \frac{1-x^2+2x^2}{1-x^2} = \frac{1+x^2}{1-x^2} & x>0 \\ \frac{1+x^2-2x^2}{1-x^2} = \frac{1-x^2}{1+x^2} & x<0 \longrightarrow \boxed{x=-1} \end{cases}$$

تابع در $x=0$ مشتق پذیر است و مشتق در آن صفر نیست پس تنها یک نقطه‌ای بحرانی $x=-1$ دارد

۲

$$۲ax^۲-۵x+۱۸a=x \longrightarrow ۲ax^۲-۶x+۱۸a=۰ \longrightarrow ax^۲-۳x+۹a=۰$$

$$\Delta=۰ \rightsquigarrow ۹-۳۶a^۲=۰ \longrightarrow a^۲=\frac{۱}{۴} \rightsquigarrow a=\pm\frac{۱}{۲}$$ اگر $a=\frac{۱}{۲}$ باشد ریشه‌ی عبارت مثبت می‌شود

ورودی سینوس ناحیه سوم می‌افتد پس $a=-\frac{۱}{۲}$

۹

$$f'(x)<۰ \longrightarrow m^۲-m-۲\leq ۰ \longrightarrow -۱\leq m\leq ۲ \,,\ m\neq ۲ \rightsquigarrow \overset{1}{-۱\leq m<۲}$$

x (ریشه‌ی مضاعف) $\longrightarrow ۱-m\leq ۱ \longrightarrow \overset{2}{m\geq ۰}$

$$1,2 \rightsquigarrow \boxed{m=۰ \text{ یا } ۱}$$