ثنا امیرقاسمی تکلیف ۲۵

۱۸,۷۵

سوال ۱ (۱,۷۵)

$$\frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{1-\frac{a}{3}-1+\frac{a}{1}}{2} = \frac{+a}{3}$$

$$f'(x) = +\frac{a}{x^2} = \frac{a}{3} \to x = \pm\sqrt{3}$$

$x=-\sqrt{3}$ در بازه‌ی [۱ و ۳] قرار ندارد

پس $x=\sqrt{3}$ تنها قابل قبول است!

سوال ۲ (۱,۵)

$$2ax^2-5x+18a=x \to ax^2-3x+9a=0$$

$$f'(x)=4ax-5=1 \to x=\frac{3}{2a}$$

$$\to \cancel{a}\times\frac{9}{4a^2}-\frac{9}{2a}+9a = 9a-\frac{9}{4a}=0 \to 9a=\frac{9}{4a} \to a=\pm 2$$

$$2ax^2-5x+18a=x \longrightarrow 2ax^2-6x+18a=0 \to ax^2-3x+9a=0$$

$$\Delta=0 \Rightarrow 9-36a^2=0 \to a^2=\frac{1}{4} \Rightarrow a=\pm\frac{1}{2}$$

اگر $a=\frac{1}{2}$ باشد ریشه‌ی عبارت مثبت می‌شود

و روی سینماز ناحیه سوم می افتد پس $a=-\frac{1}{2}$

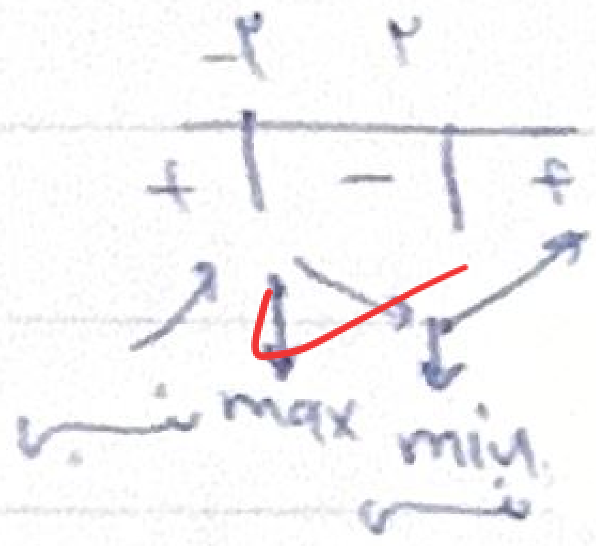
Date: Sub:

سوال ۳

$y = x^3 - 12x + 2$

$y' = 3x^2 - 12 = 0 \rightarrow x = \pm 2$

$f(2) = 8 - 24 + 2 = -14$



۲

سوال ۴

$y' = 3x^2 + 2ax - 2b = 0$

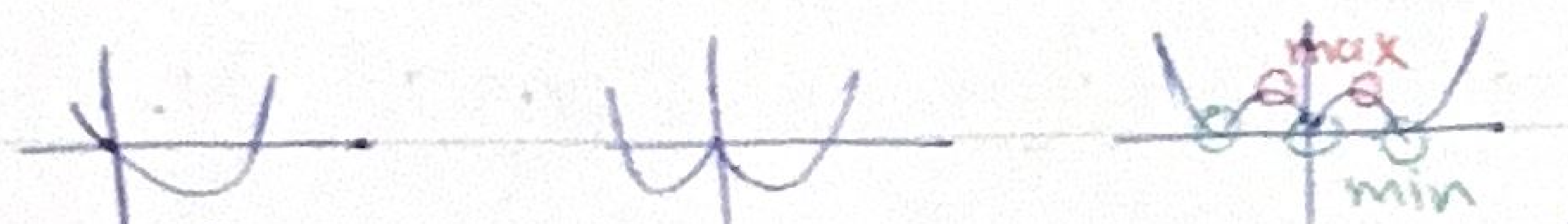
$f'(0) = 0 \rightarrow 2b = 0 \rightarrow b = 0$

$f'(-2) = 0 \rightarrow 12 - 4a = 0 \rightarrow a = 3$

$f(0) = -4 \qquad f(-2) = -8 + 3 \times 4 - 4 = 0$ ۲

$A(0, -4), B(-2, 0) \qquad AB = \sqrt{16 + 4} = 2\sqrt{5}$

سوال ۵



$x^2 - 5x \qquad x^2 - 5|x| \qquad |x^2 - 5|x||$

۲

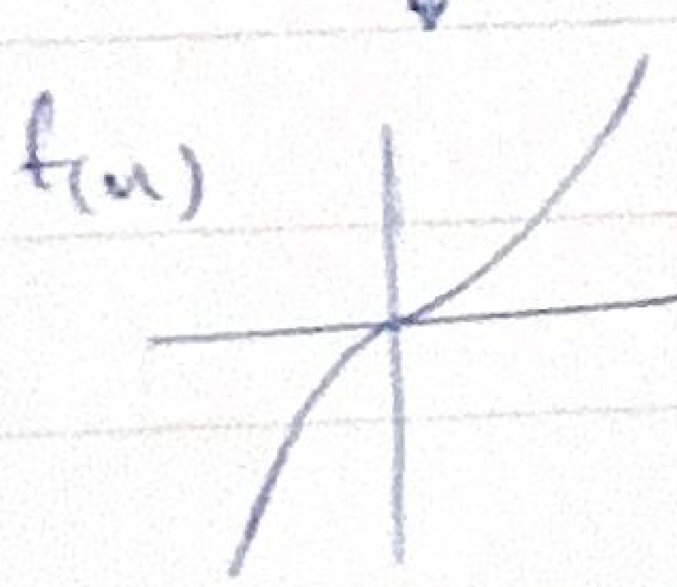
$3 = n \qquad 2 = m \qquad \frac{n}{m} = \frac{3}{2} = 1/5$

سوال ۶

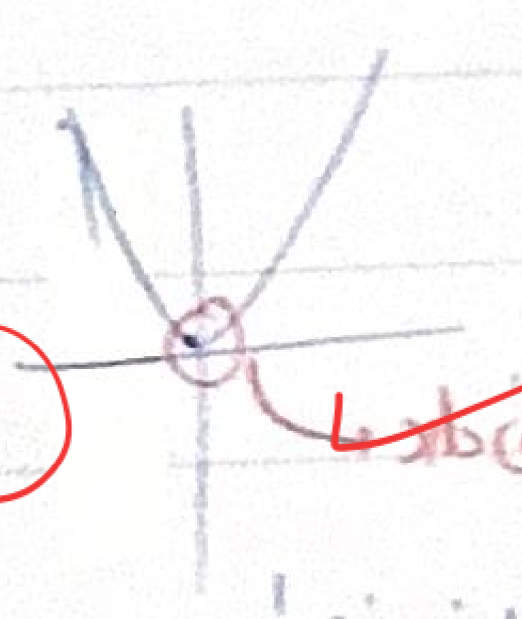
$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x & x \geq 0 \\ -x^2 + 3x & x < 0 \end{cases} \qquad f'(x) = \begin{cases} 2x + 3 & x > 0 \\ -2x + 3 & x < 0 \end{cases}$

$f'(-3/2) = 0$ در دامنه نیست ✗

$f'(\frac{3}{2}) = 0$ در دامنه نیست ✗



$\xrightarrow{|f(x)|}$



۲

$(x = 0)$ یک نقطه گوشه‌ای دارد

سوال ۷

این ضابطه

برای بستن بازه تفاوتی ندارد، در قدر مطلق را مثبت برداریم یا منفی. من مثبت برداشتم

$f'(x) = \sqrt[3]{x^2} + \frac{2(x-a)}{3\sqrt[3]{x}} = \frac{5x - 2a}{3\sqrt[3]{x}} = 0 \rightarrow x = \frac{2a}{5}$

چون $f(a) = f(0) = 0$ است پس max مطلق در نقطه $x = \frac{2a}{5}$ رخ داده است

$f(\frac{2a}{5}) = \sqrt[3]{\frac{4a^2}{25}} \times \frac{-3a}{5} = \sqrt[3]{\frac{4a^2 \times 27a^3}{5^5}} = \sqrt{\frac{27}{2^3}} \rightarrow a^5 = \frac{5^5}{2^5} \rightarrow a = 2/5$ ۲

Elipon

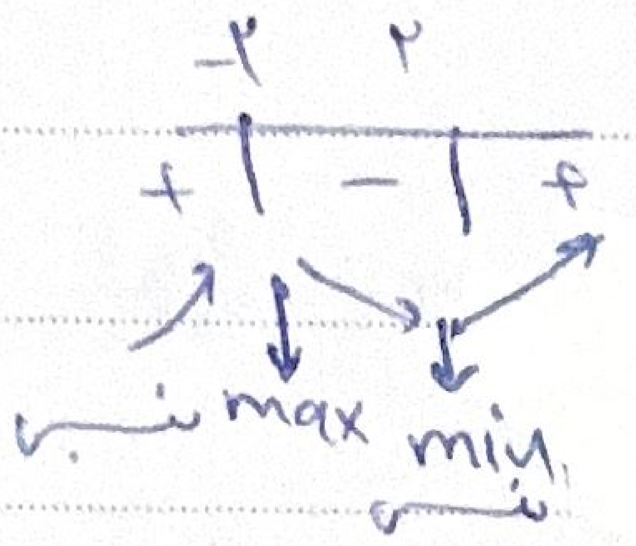
Date: Sub:

سوال ۳ ۵ تکراری

$y = x^3 - 12x + 2$

$y' = 3x^2 - 12 = 0 \to x = \pm 2$

$f(2) = 8 - 24 + 2 = -14$



سوال ۴

$y' = 3x^2 + 2ax - 2b = 0$

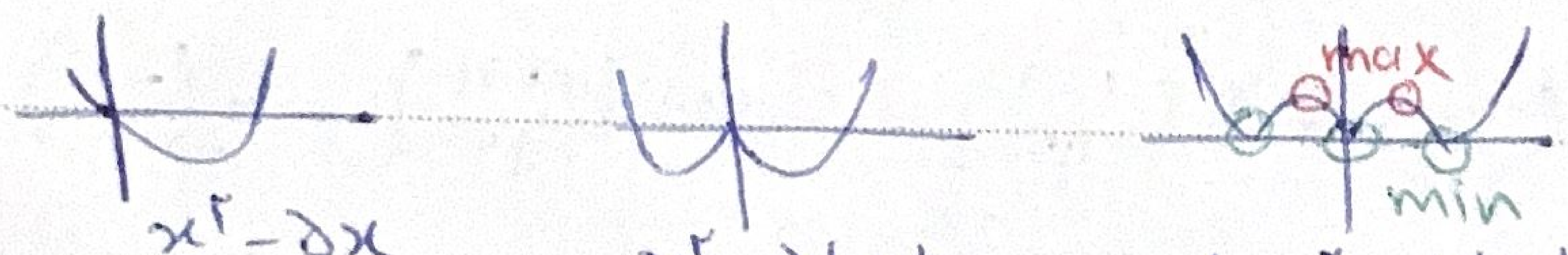
$f'(0) = 0 \to 2b = 0 \to b = 0$

$f'(-2) = 0 \to 12 - 4a = 0 \to a = 3$

$f(0) = -4 \qquad f(-2) = -8 + 3\times 4 - 4 = 0$

$A(0, -4), B(-2, 0) \qquad AB = \sqrt{16+4} = 2\sqrt{5}$

سوال ۵



$x^2 - 5x \qquad x^2 - 5|x| \qquad |x^2 - 5|x||$

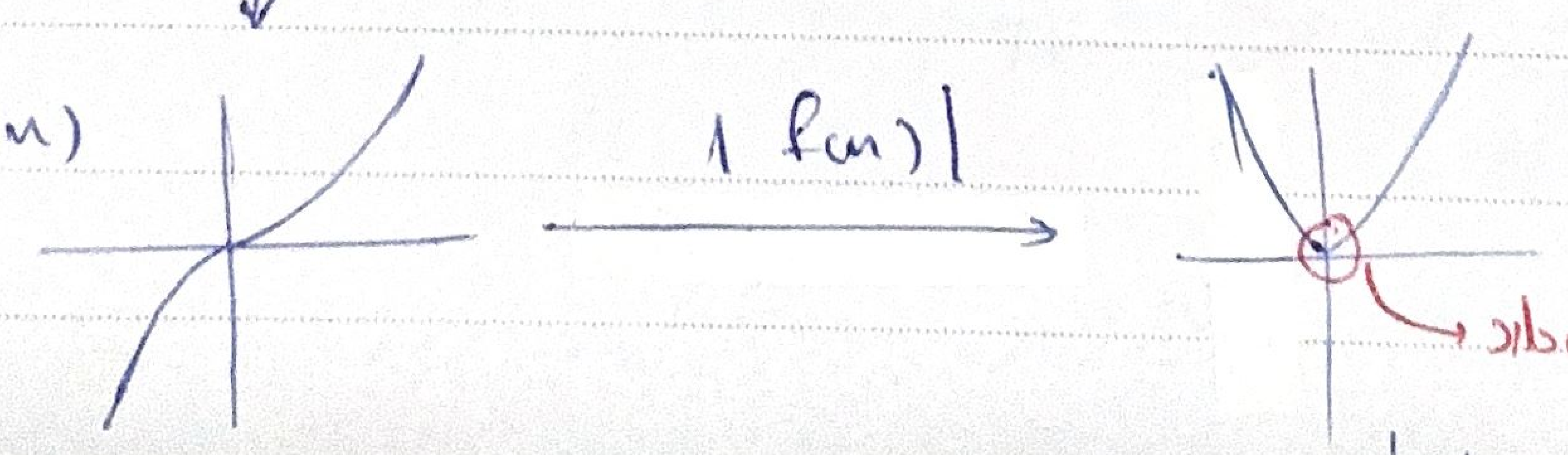
$3 = n \qquad 2 = m \qquad \frac{n}{m} = \frac{3}{2} = 1.5$

سوال ۶

$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x & x \geq 0 \\ -x^2 + 3x & x \leq 0 \end{cases} \qquad f'(x) = \begin{cases} 2x + 3 & x > 0 \\ -2x + 3 & x < 0 \end{cases}$

مماس نیست $f'(-3/2) = 0$ ✗

مماس نیست $f'(\frac{3}{2}) = 0$ ✗



$(x=0)$ یک نقطه‌ی گوشه‌ای دارد

سوال ۷

برای مشتق‌گیری تفاوتی ندارد که قدرمطلق را مثبت بردارم یا منفی. من مثبت برمی‌دارم

این ضابطه

$f'(x) = \sqrt[3]{x^2} + \frac{2(x-a)}{3\sqrt[3]{x}} = \frac{5x - 2a}{3\sqrt[3]{x}} = 0 \to x = \frac{2a}{5}$

چون $f(0) = f(a) = 0$ است پس max مطلق در نقطه‌ی $x = \frac{2a}{5}$ رخ داده است:

$f(\frac{2a}{5}) = \sqrt[3]{\frac{4a^2}{25}} \times \frac{3a}{5} = \sqrt[3]{\frac{4a^2 \times \cancel{27}a^3}{a^5}} = \sqrt[3]{\frac{\cancel{27}}{2^3}} \to a^5 = \frac{5^5}{2^5} \to a = 2.5$

Date: Sub:

سوال ۵

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2-x} & x\geq 0 \\ \sqrt{-x^2-x} & x\leq 0\end{cases}$$

$\xrightarrow{} \ +\ 0\ -\ 1\ + \rightarrow D=(-\infty,0]\cup[1,+\infty)$ *

$\xrightarrow{} \ -1\ 0:\ -|+|- \rightarrow D=[-1,0]$

$$f'(x)=\begin{cases}\dfrac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}} & x>0 \\[2ex] \dfrac{-2x-1}{2\sqrt{-x^2-x}} & x<0\end{cases}$$

$f'(x)=0 \rightarrow x=\frac{1}{2}$ * $\xrightarrow{\text{مورد قبول نیست}}$

$\rightarrow x=\frac{-1}{2}$ ✓

در $x=\pm1$, $x=0$ مشتق تعریف نمی‌شود

نقاط بحرانی $= \{\frac{-1}{2}, 1, 0, -1\} \rightarrow K=4$

$m=1 \leftarrow \frac{-1}{2}$ ماکسیمم نسبی است

$n=0 \leftarrow$ مینیمم نسبی ندارد

$-1\quad -\frac{1}{2}\quad 0$

$0\ +\ 0\ -\ 0$

$$\frac{Km+n}{K-n}=\frac{4+0}{4-0}=1$$

۵

سوال ۶

$$f(x)=\frac{mx+2}{x+(m-1)} \rightarrow f'(x)=\frac{m^2-m-2}{(x+(m-1))^2}$$

m^2-m-2 باید منفی باشد $\rightarrow m^2-m-2<0 \rightarrow (m-2)(m+1)<0$

$m\in(-1,2) \leftarrow \ -1\ 2:\ +|-|+$

۱/۵

$m=2 \rightarrow y=\frac{2x+2}{x+1}=2 \qquad m=-1 \rightarrow \frac{-x+2}{x-2}=-1=y$

پس $m=-1$, $m=2$ نیز قابل قبول اند چون در این صورت تابع ثابت می‌شود (البته شاید

هم نزدیک استاد هم مسعودی طبق صورت سوال $m=2$ قابل قبول نیست!

$m=\{-1,0,1\} \rightarrow$ ۳ مقدار صحیح

Date: Sub:

سوال ۱۰

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{1-x^2} & x \geq 0 \\[2mm] \dfrac{x}{1+x^2} & x \leq 0 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{1+x^2}{1-x^2} & x > 0 \\[2mm] \dfrac{1-x^2}{1+x^2} & x < 0 \end{cases}$$

این هیچوقت صفر نمی‌شود

ضمن اینکه $x = \pm 1$ ها دامنه‌اش نیستند

۱/۷۵

$$\frac{1-x^2}{1+x^2} = 0 \rightarrow x = -1 \ \checkmark \ , \ x = 1 \ \times$$

در دامنه نیست

۰ چون سن مد معلق است

نقاط بحرانی $= \{-1 , 0\} \Leftarrow$ ۲ نقطه

۹

$$f'(x)<0 \rightarrow m^2-m-2\leqslant 0 \rightarrow -1\leqslant m\leqslant 2 \;,\; m\neq 2 \rightsquigarrow \overset{1}{-1\leqslant m<2}$$

x (ریشه‌ی مزوج) $\rightarrow 1-m\leqslant 1 \rightarrow \overset{2}{m\geqslant 0}$

$1,2 \rightsquigarrow \boxed{m=0 \text{ یا } 1}$

۱۰

$$y=\begin{cases} \dfrac{x}{\underbrace{1-x^2}_{x\neq 1}} & x\geqslant 0 \\[2ex] \dfrac{x}{1+x^2} & x\leqslant 0 \end{cases} \rightsquigarrow D_y=\mathbb{R}-\{1\}$$

$$y'=\begin{cases} \dfrac{1-x^2+2x^2}{1-x^2}=\dfrac{1+x^2}{1-x^2} & x>0 \\[2ex] \dfrac{1+x^2-2x^2}{1-x^2}=\dfrac{1-x^2}{1+x^2} & x<0 \rightarrow \boxed{x=-1} \end{cases}$$

تابع در $x=0$ مشتق‌پذیر است و مشتق در آن صفر نیست پس تنها یک نقطه‌ی بحرانی $x=-1$ دارد