سینا فوینی دوازدهم سپنج ۹۵

۱-

$f'(x)=\frac{-2x+1}{2\sqrt{-x^2+x}} \rightarrow x=\frac{1}{2}$, $x>0$

$\frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}}$, $x<0$ $\rightarrow x=-\frac{1}{2} \notin Df$

$Df=\{x \mid 0 \le x \le 1 \text{ یا } x \le -1\}$

$\sqrt{x^2+x}$ ، ۰ ، $\sqrt{-x^2+x}$ آزمون ۱۴,۷۵

$f'(x)$: + ، $\frac{1}{2}$ (max) ، −

۲ نزولی ← min

صعودی ← $x=\frac{1}{2}, \pm 1, 0$

۲-

$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{a-2x}}=\frac{\sqrt{a-2x}-2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}\sqrt{a-2x}}$

$\sqrt{a-2x}=2\sqrt{x}$

$4x=a-2x \rightarrow x=\frac{a}{6}$

$f(0)=\sqrt{a}$

$f(\frac{a}{6})=\sqrt{\frac{a}{6}}+\sqrt{\frac{2a}{3}}=2\sqrt{\frac{a}{6}}$ (max)

$f(\frac{a}{2})=\sqrt{\frac{a}{2}}+0=\sqrt{\frac{a}{2}}$ (min)

$2\sqrt{\frac{a}{2}}\sqrt{\frac{a}{6}}=\sqrt{12} \rightarrow \frac{a^2}{6}=12 \rightarrow a=\pm 6$

۲ $a=6 \Rightarrow [a]=6$

-۳

f(x)

$-\infty$		-1		1		$+\infty$
	$\frac{-x^2(x^2-3)}{x^2-1}$		$\frac{x^2(x^2-3)}{x^2-1}$		$=\frac{x^4-3x^2}{x^2-1}$	

(۱۱۰)

$$=\frac{-x^4+3x^2}{x^2-1}$$

$$f'(x)=\frac{(3x^2-2x)(x^2-1)-2x(x^3-3x^2)}{(x^2-1)^2}$$

$$=\frac{3x^4-3x^2-2x^3+2x-2x^4+2x^2}{(x^2-1)^2} = \frac{2x^4-2x^3-x^2+2x}{(x^2-1)^2} \overset{x=0}{\overset{\nearrow}{\overset{x}{=}}} \frac{x(2x^3-x^2+2)}{(x^2-1)^2}$$

-۴

$y=ax^2+bx+c \rightarrow$ [illegible]

$y(0)=0 \rightarrow c=0$

$y'(1)=0 \rightarrow 2a+b=0$

$f(1)=1 \mapsto a+b+c+d=1 \rightarrow a+b=1$

$f(0)=0 \rightarrow d=0$

$a=2\ \ b=-4 \rightarrow ab=-8$ ✓

-۵

x^2-2x		$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$		x^2-2x
	$-x^2+2x$				$-2<x<\sqrt{2} \rightarrow f(x)=-x^2+2x$	

$f'(x)=-2x+2=0 \rightarrow x=\pm 1$

$-\infty$		-1		1		$+\infty$
	$-$	0	$+$	0	$-$	
		y_{min}		y_{max}		

$x=-1 \rightarrow y=-2$ ✓

-۶

$-\infty$		0		$+\infty$
	$-x^2+2ax+b$		$x^2+2ax+b$	

$$y'=\begin{cases} 2x^2+4ax & x>0 \\ -2x^2+4ax & x<0 \end{cases}$$

$-2x^2+4ax \rightarrow x=-1 \quad -2-4a=0 \rightarrow a=-\frac{1}{2}$

$f(-1)=1 \mapsto 1-\frac{2}{2}+b=1$

$\frac{b}{a}=-2$ ✓

$b=\frac{2}{2}$

-۷

$y'=2x+1 \mapsto x=-\frac{1}{2} \quad (-\frac{1}{2}>\frac{2}{3})$

$\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+\frac{a}{4}=\frac{2}{3}$

$\frac{a}{a+1}=\frac{2}{3} \rightarrow a=2$

$y=\frac{2x+2}{2x+1}=0 \rightarrow x=-\frac{2}{3}$ ✓

$4x^2+ax+1$

٨-

معادلة المماس الافقي $\rightarrow \frac{b}{2a} = 3 \Rightarrow b = 6$

$4\times\frac{1}{4} - \frac{a}{2} + 1 = 0 \quad a = 6$

معادلة المماس (المستقيم) $\rightarrow \frac{b}{a} = 3$ ②

٩- $x = 0 \quad x = 3\sqrt[3]{3}$

$$f'(x) = \frac{4x^3(x^3-1) - 3x^2(x^4)}{(x^3-1)^2} = \frac{4x^6 - 3x^6 - 3x^4}{(x^3-1)^2} = \frac{x^6 - 3x^4}{(x^3-1)^2}$$

$x = 3$

	+	0	+	1	−	$3\sqrt[3]{3}$	+

$x = 1$

التزايد $\rightarrow [0, 1) \cup (3\sqrt[3]{3}, \infty)$

طول $= 3\sqrt[3]{3} - 3$ ②

١٠-

$$f'(x) = \frac{3x^3(x^2-3) - 3x(x^4-3)}{(x^2-3)^2} = \frac{3x^5 - 9x^3 - 3x^5 + 9x}{(x^2-3)^2} = \frac{-9x^3 + 9x}{(x^2-3)^2}$$

$$= \frac{3x(-3x^2+3)}{(x^2-3)^2}$$

$x = 0$

$-3x^2 + 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 1$

$x = \sqrt{3}$

$x = -\sqrt{3}$

	−	$-\sqrt{3}$	+	$-\sqrt{3+\sqrt{9}}$	−	0	+	$\sqrt{3+\sqrt{9}}$	−	$\sqrt{3}$	+

التزايد التزايد

$-t^2 - 9t + 3 = 0$

$t^2 - 9t + 3 = 0$

$\frac{9 \pm 3\sqrt{9}}{2} = 3 \pm \sqrt{9}$

$x = \sqrt{3+\sqrt{9}} \times -\sqrt{3+\sqrt{9}}$

$x = \sqrt{3-\sqrt{9}} \quad x = -\sqrt{3-\sqrt{9}}$

مرفوض ②

۳-

$$f(x) = \pm \frac{x^2(x^2-4)}{x^2-1} \longrightarrow f'(x) = \pm \frac{(4x^3-8)(x^2-1) - (x^4-4x^2)2x}{(x^2-1)^2} = 0$$

$$\pm(2x^5 - 4x^3 + 8x) = 0 \quad \text{در } x \neq 0$$

$$\text{و } x^4 - 2x^2 + 4 = 0 \quad (\text{ریشه ندارد})$$

تعداد ۲, ۲ - ریشه‌های فقط مطلق و نقطه‌ای صفر ریشه‌ی مشترک است پس 3 نقطه‌ی بحرانی دارد!