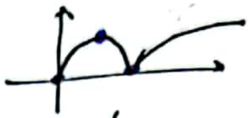
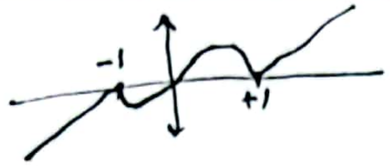
مطهره کمیلی ←

۱۷/۵

سوال ۱ ←  → y منفی ها جزء جواب نیستند →  ← $x(1-|x|)$

۱/۷۵

نمودار دارای ۱ مینیمم ۱ ~~ماکسیمم~~ و ۳ ~~نقطه‌ی~~ بحرانی است ← $5 = \cancel{1} + 2 + m$

سوال ۲ ← شیب نمودار ← $\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{a-2x}}$ ، شیب نمودار با افزایش مقدار x افزایش می‌یابد پس نقاط max و min نقاط ابتدا و انتهای بازه هستند

$D_f = [0, \frac{a}{2}]$ → $x=0 \to y=\sqrt{a}$ ، $x=\frac{a}{2} \to y=\sqrt{\frac{a}{2}}$

$\sqrt{a}\times\sqrt{\frac{a}{2}} = \sqrt{12} \to \sqrt{\frac{a^2}{2}} = \sqrt{12} \to a^2 = 24$ ، $a = 2\sqrt{6}$

۱/۷۵

$[a] = [2\times 2.4] = 4$

سوال ۳ ← می‌دانیم اگر ۲ بار عامل در خودش ضرب شده باشد (ریشه مکرر) داشته باشیم یکی از نقاط اکسترمم خودش است

$\frac{x^2 |x^2-4|}{x^2-1} \to \frac{x^2|x^2-4|}{x^2-1}$ ← $x=0$ یکی از نقاط

$\frac{\pm 2x(x^2-1) - 2x \pm (x^2-4)}{(x^2-1)^2}$

برای اساس چون ریشه‌های مخرج در دامنه نیستند جواب فقط ریشه‌های صورت است و چون حالت + و - ریشه یکی نی دارد پس فرقی نمی‌کند ← $2x(x^2-1) - 2x(x^2-4) = 0 \to 2x^3 - \cancel{2x} - 2x^3 + 8x$ ، $6x$

۲

$2x(x - x^2 + 3)$ ، $\Delta > 0 \to$ ۲ ریشه داریم

تعداد نقاط ~~اکسترمم~~ = ۳ تا ← $x=0$ قبلاً ذکر شده

سوال ۴ ← در نقاط اکسترمم نسبی مشتق = ۰ است

$(0,0) \to d=0$

$3ax^2 + 2bx + c = 0$ ← $(0,0) \to c=0$ ، $(1,1)$

$3a + 2b = 0$ ، $3a + 3b = \cancel{3}$ → $a=-2$ ، $b=3$

$ab = -2\times 3 = 6$

سوال ۵ ← مثبت → $-1.5 < x < \sqrt{3}$ ← $3 - x^2$: $-\sqrt{3}$ ، $+\sqrt{3}$: $- \; + \; -$

$x(3-x^2) \to 3x - x^3 \to 3 - 3x^2 = y' \to 3(1-x^2) = 0 \to x = \pm 1$

مشتق

$x=+1 \to y = 1\times 2 \to$ max ، مطلق min ← $\begin{vmatrix} -1 \\ -2 \end{vmatrix}$ ۲

$x=-1 \to y = -1\times 2 \to$ min

سوال ۶ ← طول A منفی است ← $y = x^2 x - x + 3ax^2 + b$

$y = -x^3 + 3ax^2 + b \to x = -1 \to y = 1 + 3a + b = 1$

۲ ← $3a = -b \to -3 = \frac{b}{a}$

سوال ۷ ← ابتدا نقطه‌ی مینیمم تابع را پیدا می‌کنیم ← ابتدا مشتق می‌گیریم و بعد مشتق را برابر صفر قرار می‌دهیم

$3x+1 = 0 \to x = -\frac{1}{3}$ ، $y = \frac{2}{3} \to$ min $\begin{vmatrix} -\frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \end{vmatrix}$

پس $-\frac{1}{3}$ ریشه مخرج است ← $-\frac{1}{3}a - \frac{1}{3} + a - 1 = 0$ ، $\boxed{a=2}$ ۲

۱۰/ تابع محور افقی $= \frac{2x+3}{3x+1} = 0 \to 2x+3 = 0$ ، $x = -\frac{3}{2}$

برخورد با محور طول ها

سوال ۸ ← از آنجایی که $(3 , -\frac{1}{2})$ نقطه تلاقی مجانب هاست ← $\frac{b}{4} = 3 \rightarrow b = 12$

و $-\frac{1}{2}$ باید ریشه مضاعف مخرج باشد ← $\Delta = 0$ ← $a^2 - 4 \times 4 = 0$ ← $a = \pm 4$ ← $\frac{-\frac{1}{2}}{\text{ریشه}}$ ← $a = \pm 4$

$\boxed{\frac{b}{a} = \frac{12}{4} = 3}$

سوال ۹ ← بازه اکیداً نزولی مشتق در آن صفر یا منفی است.

$$y' = \frac{12x^3(x^3-8) - 3x^2(x^4)}{\underbrace{(x^3-8)^2}_{+}} \rightarrow 3(x^2)(\cancel{4x^4} - 32x - 3x^4) \leqslant 0$$

$x^2(x^3 - 32) \leqslant 0$

$0 \quad \sqrt[3]{32}$: $- \quad - \quad +$ $\rightarrow$ طول min $= \sqrt[3]{32}$

۱۰

$$f'(x) = \frac{۴x^۳(x^۲-۳) - ۲x(x^۴-۳)}{(x^۲-۳)^۲} = \frac{۲x[(۲x^۴-۶x^۲)-(x^۴-۳)]}{(x^۲-۳)^۲}$$

$۲x^۵ - ۱۲x^۳ + ۶x = ۰ \longrightarrow ۲x(x^۴ - ۶x^۲ + ۳) = ۰$ → $x = ۰$ ، $x^۲ = t$

$t^۲ - ۶t + ۳ = ۰ \longrightarrow t = \frac{۶ \pm \sqrt{۲۴}}{۲} \longrightarrow x = \pm\sqrt{۳-\sqrt{۶}}$ $-۲<x<۲$

-۲		$-\sqrt{۳}$		$-\sqrt{۳-\sqrt{۶}}$		۰		$\sqrt{۳-\sqrt{۶}}$		$\cancel{\sqrt{۳}}$	
	$-$	$\cancel{۰}$	$-$	۰	$+$	۰	$-$	۰	$+$	$\cancel{۰}$	$+$

در ۳ بازه اکیداً نزولی است!

۱

$x(۱-|x|) \geq ۰ \to D_f = (-\infty, -۱] \cup [۰, ۱]$

$f'(x) = \frac{۱-۲|x|}{۲\sqrt{x(۱-|x|)}} \to |x| = \frac{۱}{۲} \to x = \frac{۱}{۲}$ (در دامنه نیست $x = -\frac{۱}{۲}$)

x		$\frac{۱}{۲}$	
y'	$+$		$-$
y	↗	max	↘

$n = ۰$ ، $m = ۱$

$m + n + k = ۴ + ۱ = ۵$ $k = ۴ \leftarrow$ نقاط $۰, \pm۱$ و $\frac{۱}{۲}$ بحرانی

۲

$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{a-۲x} \longrightarrow D_f \quad ۰ \leq x \leq \frac{a}{۲}$

$f'(x) = \frac{۱}{۲\sqrt{x}} - \frac{۲}{۲\sqrt{a-۲x}} \xrightarrow{f'=۰} \frac{۱}{۲\sqrt{x}} = \frac{۱}{\sqrt{a-۲x}} \longrightarrow ۴x = a - ۲x \leadsto x = \frac{a}{۶}$

$x = ۰ \longrightarrow f(۰) = \sqrt{a}$

$x = \frac{a}{۲} \longrightarrow f(\frac{a}{۲}) = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{۲}}$ min نسبی

$x = \frac{a}{۶} \longrightarrow f(\frac{a}{۶}) = \sqrt{\frac{a}{۶}} + \sqrt{\frac{۴a}{۶}} = \frac{۳\sqrt{a}}{\sqrt{۶}}$ max نسبی

min × max

$\frac{۳ \times a}{\sqrt{۱۲}} = \sqrt{۱۲} \hookrightarrow \boxed{a = ۴}$