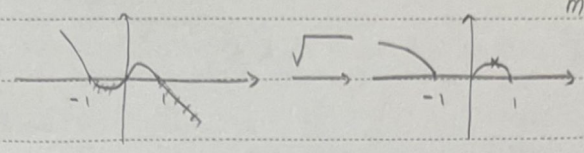
Subject :
Year. Month. Date. ( )

۱۹ آذر

عارضه پوریسری - تکلیف ۲۴

① $x(1-|x|)$ $x>0: x(1-x)$ $x<0: x(1+x)$



$m=1 \quad n=0 \quad K=2$

$K+m+n=$ ۵ (۳)

② $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{-1}{2\sqrt{a-2x}}=0 \Rightarrow \frac{\sqrt{a-2x}-2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}\cdot\sqrt{a-2x}}=0 \quad fx=a-2x \rightarrow x=\frac{a}{4}$

$\sqrt{a-2x}-2\sqrt{x}=0 \rightarrow x=0, \; x=\frac{a}{3}$ (۱/۲۵)

$D_f: x\geq 0, \; \frac{a}{2}\geq x \rightarrow 1\leq x\leq \frac{a}{2}$

$x=0 \rightarrow \sqrt{a} \quad x=\frac{a}{4} \rightarrow \sqrt{\frac{a}{2}} \quad x=\frac{a}{9} \rightarrow \sqrt{\frac{a}{9}}+\sqrt{\frac{2a}{9}}$ (II)

$\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{9}}$ (I) $\times\sqrt{a}$

$\frac{a}{\sqrt{9}}+\frac{2a}{\sqrt{9}}=\sqrt{12} \rightarrow 3a=2\sqrt{12}$ ✓

$\sqrt{\frac{a}{12}}+\sqrt{\frac{a}{6}}=\sqrt{12} \rightarrow 6a=12 \rightarrow a=4$

$\Rightarrow I_{max} > II \Rightarrow [a]=[\sqrt{8}]=$ ۲ حواب

③ $-2\leq x\leq 2: f(x)=-x^2(x^2+1) \rightarrow f'(x)=-2x(x^2+1)-x^2(4x)=-2x(x^2+2x+1)=0 \rightarrow x=0, x=-1$ ✓

$x>2, \; x<-2: f(x)=x^2(x^2+1) \rightarrow f'(x)=2x(x^2+1)+x^2(2x)=2x(x^2+2x+1) \rightarrow$ GG

$x=\pm 1$ در دامنه نیست

$x=0$ یک نقطه اکستریم نسبی دارد

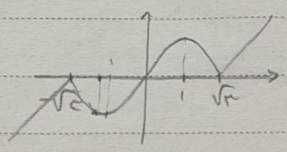
④ $y'=3ax^2+2bx+c=0 \xrightarrow{x=1} 3a+2b=0$

$x=0 \rightarrow d=0, \; c=0 \quad x=1 \rightarrow a+b=1$

$a=-2, \; b=3 \rightarrow ab=-6$

⑤ $f(x)=x|c-x^2|$

$2x-x^2 \rightarrow f'(x)=2-2x=0$



$\Rightarrow x=\pm 1$

$x=-2 \rightarrow (-1)\times 2=-2$ حواب

⑥ $x=-1 \rightarrow 1+2a+b=0 \rightsquigarrow \frac{3}{2}=b$

$f(x) \xrightarrow{x=-1} -x^3+2ax^2+b \rightarrow f'(x)=-3x^2+4ax \rightarrow -3-4a=0 \rightarrow a=-\frac{1}{4}$

$\frac{b}{a}=\frac{\frac{3}{2}}{-\frac{1}{4}}=-6$ حواب

⑦ نقطه تلاقی با نیمساز A $\begin{cases} x=\frac{1-a}{1+a}=-\frac{b}{2a}=\pm\frac{1}{c}=\frac{a-1}{1-a} \Rightarrow 2a-2=1+a \\ y=\frac{a}{1+a} \end{cases}$

$a=3$

نیمساز $\Rightarrow 2x+3=0 \Rightarrow x=-\frac{3}{2}$ حواب

Subject :
Year . Month . Date . ( )

(۸) معرف $x = -\frac{1}{2} \Rightarrow 4x^2 + ax + 1 \longrightarrow a = 4$ ، $\frac{b}{a} = \boxed{۳}$

$$\lim_{x \to -\frac{1}{2}} \frac{bx^2 + 7}{4x^2 + 4x + 1} = 2 \overset{\text{hop}}{\sim} \frac{2bx}{8x + 4} \overset{\text{hop}}{\sim} \frac{2b}{8} = 2 \Rightarrow b = 12$$

(۹) $f'(x) = \frac{4x^3(x^2-8) - 2x^4(2x)}{(x^2-8)^2} \Rightarrow 4x^4 - 32x^2 - 2x^4 = 0 \rightsquigarrow x^4 = 16x^2$

$x^2 = 16$

$x = 4^{\frac{2}{2}}$

$2 < 4^{\frac{2}{2}} \Rightarrow \boxed{۲}$ جواب

(۱۰) $f'(x) = \frac{4x^3(x^2-6) - 2x(x^4-3)}{(x^2-6)^2} \Rightarrow 4x^5 - 12x^3 - 2x^5 + 6x = 0$

$2x^5 - 12x^3 + 6x = 0 \Rightarrow 2x(x^4 - 6x^2 + 3)$

$x = 0$ ، $x^2 = \frac{6 \pm 2\sqrt{6}}{2} = 3 - \sqrt{6} \rightarrow x = \frac{\sqrt{2-\sqrt{6}}}{A}$ ، $x = \frac{-\sqrt{6-\sqrt{6}}}{-A}$

(۲-) $-\sqrt{6}$ $-A$ 0 A $\sqrt{6}$ (۲)

$f'(x)$ | − ∄ + 0 − 0 + 0 − ∄ + |

در بازه‌ی $(-2, 2)$ ، ۳ عدد بازه‌ی اکسترمم دارد

۲

$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{a-2x} \rightarrow Df \quad 0 \le x \le \frac{a}{2}$

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{2}{2\sqrt{a-2x}} \quad f'=0 \rightsquigarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{a-2x}} \rightarrow 4x = a-2x \rightsquigarrow x = \frac{a}{6}$

$x=0 \rightarrow f(0) = \sqrt{a}$

$x = \frac{a}{2} \rightarrow f(\frac{a}{2}) = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{2}}$ نقطه min

$x = \frac{a}{6} \rightarrow f(\frac{a}{6}) = \sqrt{\frac{a}{6}} + \sqrt{\frac{4a}{6}} = \frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{6}}$ نقطه max

min × max

$\frac{3 \times a}{\sqrt{12}} = \sqrt{12}$

$\hookrightarrow \boxed{a=4}$

۳-

$f(x) = \pm \frac{x^2(x^2-4)}{x^2-1} \rightarrow f'(x) = \pm \frac{(4x^3-8)(x^2-1) - (x^4-4x^2)2x}{(x^2-1)^2} = 0$

$\pm(2x^4 - 4x^3 + 8x) = 0 \quad x \neq 0$

$\hookrightarrow x^4 - 2x^2 + 4 = 0$ (ریشه ندارد)

تعداد ۲, ۲ - ریشه‌های تکه معلق و نقطه‌ای صفر ریشه‌های مشترک است پس 3 نقطه‌ی بحرانی دارد!

۹

$f'(x) = \frac{4x^3(x^3-8) - 3x^2(x^4)}{(x^3-8)^2} \rightarrow f'(x) = \frac{x^6 - 32x^3}{(x^3-8)^2}$

$f'(x) < 0 \rightarrow x^3(x^3-32) < 0 \rightarrow 0 < x < \sqrt[3]{32} \quad , \quad x \neq 2$

چون مینیمم اول بازه برابر $2(\sqrt[3]{4}-1)$ می‌باشد