نام و نام خانوادگی: آدرینا حنیفی — شماره تلفن: ۰۰۰۲۴۰۰۰ — کلاس ۱۲B

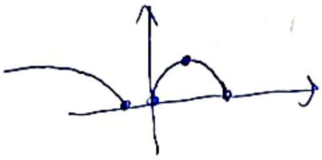
۱۹٫۵ آفرین

۱

$f(x)=\sqrt{x(1-|x|)}$

$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-x^2} & x\geq 0\\ \sqrt{x+x^2} & x<0\end{cases}$

x	-1	0	$\frac{1}{2}$	1
$f'(x)$	تعریف نشده	∞ +	0 −	∞ تعریف نشده
$f(x)$			$\frac{1}{2}$	



$n=3$ min نسبی

$m=1$ max نسبی

$n=4$ نقاط بحرانی

$n+m+n=8$

۱٫۷۵

۲

$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{a-2x}$ $a\geq 0$

$x\geq 0$ $a-2x\geq 0 \Rightarrow \frac{a}{2}\geq x \Rightarrow D_f=[0,\frac{a}{2}]$

$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{2}{2\sqrt{a-2x}}=0$ $2\sqrt{x}=\sqrt{a-2x}\Rightarrow 4x=a-2x\Rightarrow x=\frac{a}{6}$

$f(\frac{a}{6})=\sqrt{\frac{a}{6}}+\sqrt{\frac{4a}{6}}=3\sqrt{\frac{a}{6}}$ $f(0)=\sqrt{a}$ $f(\frac{a}{2})=\sqrt{\frac{a}{2}}$

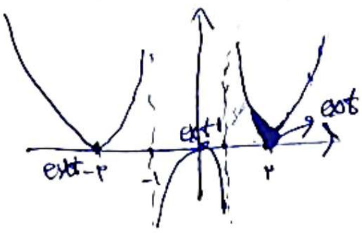
$y_{min}\times y_{max}=\sqrt{\frac{a}{2}}\times 3\sqrt{\frac{a}{6}}=\frac{3a\sqrt{12}}{12}=\sqrt{12}\Rightarrow a=4$

$[a]=4$

۲

۳

$f(x)=\frac{x^2}{x^2-1}|x^2-4|$



ext ۳تا

۲

۴

$y=ax^3+bx^2+cx+d$ اکسترمم نسبی تابع در نقطه ریشه مشترک

$y'=3ax^2+2bx+c$

$y'(0)=c=0$ $y'(1)=3a+2b=0$

$y(0)=d=0$ $y(1)=a+b=1$

$\Rightarrow b=3,\ a=-2\Rightarrow ab=-6$

۲

۵

$f(x)=x|3-x^2|$ $[-1,\sqrt{3}]$

$=x^3-3x$ $f'(x)=3x^2-3=0\Rightarrow x=\pm 1\Rightarrow x=-1$

$f(-1)=(-1)(2)=-2$

۲

$y = x^2|x| + 3ax^2 + b \quad A(-1,1)$

$y = -x^3 + 3ax^2 + b$

$y' = -3x^2 + 6ax$

$y'_{(-1)} = -3 - 6a = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$

$y(-1) = +1 + \frac{3}{2} + b = 1 \quad b = -\frac{3}{2}$

$\boxed{\frac{b}{a} = -3}$

۲

۶

$y = \frac{3}{2}x^2 + x + \frac{5}{6} \Rightarrow y' = 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$

$x = \frac{1-a}{a+1} = -\frac{1}{3} \Rightarrow a = 2$

$y = \frac{2x+3}{3x+2} \quad \boxed{x = -\frac{2}{3}}$

۲

۷

$y = \frac{bx^2+7}{4x^2+ax+1}$

$\lim_{x\to\pm\infty} y = \frac{b}{4} = 3 \Rightarrow b = 12$

$4\left(\frac{1}{4}\right) - \frac{a}{2} + 1 = 0 \quad a = 4$

$\frac{b}{a} = \frac{12}{4} = 3$

۲

۸

$f(x) = \frac{x^4}{x^3-8} \quad f'(x) = \frac{4x^3(x^3-8) - (3x^2)(x^4)}{(x^3-8)^2} = \frac{x^6 - 32x^3}{(x^3-8)^2}$

x		0		2		$2\sqrt[3]{4}$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$		$\searrow$	$\|$	$\searrow$		$\nearrow$

$\min = 2(\sqrt[3]{4} - 1)$

۲

۹

$f(x) = \frac{x^4-3}{x^2-3} \quad f'(x) = \frac{(4x^3)(x^2-3) - (2x)(x^4-3)}{(x^2-3)^2} = \frac{2x^5 - 12x^3 + 6x}{(x^2-3)^2}$

$= \frac{2x(x^4 - 6x^2 + 3)}{(x^2-3)^2} = \frac{2x(x^2-1)(x^2-3)}{(x^2-3)^2}$

x	$-\sqrt{3}$	$-\sqrt{2}$	-1	0	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$
$f'(x)$	$-$	$+$	$+$	$-$	$+$	$-$	$-\ 0\ +$

۴ بازه

۱٫۷۵

۱۰

۱ـ

$x(1-|x|)\geq 0 \rightarrow D_f=(-\infty,-1]\cup[0,1]$

$f'(x)=\dfrac{1-2|x|}{2\sqrt{x(1-|x|)}} \rightarrow |x|=\dfrac{1}{2} \rightarrow x=\dfrac{1}{2}$ (در دامنه نیست $x=-\frac{1}{2}$)

x		$\frac{1}{2}$	
y'	$+$		$-$
y	$\nearrow$	max	$\searrow$

$n=0$

$m=1$

$m+n+k=4+1=\boxed{5}$

نقاط ۰ و ۱± و $\frac{1}{2}$ بحرانی $\rightarrow$ $k=4$

۱۰

$$f'(x)=\frac{4x^3(x^2-3)-2x(x^4-3)}{(x^2-3)^2}=\frac{2x\left[(2x^4-6x^2)-(x^4-3)\right]}{(x^2-3)^2}$$

$2x^5-12x^3+6x=0 \longrightarrow 2x(x^4-6x^2+3)=0$ → $x=0$; $x^2=t$

$t^2-6t+3=0 \rightarrow t=\dfrac{6\pm\sqrt{24}}{2} \longrightarrow x=\pm\sqrt{3-\sqrt{6}}$

$-2<x<2$

-2		$-\sqrt{3}$		$-\sqrt{3-\sqrt{6}}$		0		$\sqrt{3-\sqrt{6}}$		$\sqrt{3}$	
	$-$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		$+$

در ۳ بازه اکیداً نزولی است!