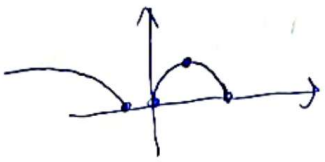
نام و نام خانوادگی: ... آرمینا حسنلی | شماره تلفیت: ... | کلاس 12B

۱

$f(x)=\sqrt{x(1-|x|)}$

$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-x^2} & x\geq 0\\ \sqrt{x+x^2} & x<0\end{cases}$

x	-1		0		$\frac{1}{2}$		1
$f'(x)$	∄	+	0	−	0	+	∄
$f(x)$	0	↗	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	↘	$\frac{1}{2}$	↗	0



$n=2$ تعداد نقاط اکسترمم
$m=1$ تعداد نقاط ماکسیمم نسبی
$k=2$ تعداد نقاط مینیمم نسبی

$k+m+n=5$

۲

$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{a-2x}$ $\quad a>0$

$x\geq 0$ $\quad a-2x\geq 0 \Rightarrow x\leq \frac{a}{2}$ $\quad D_f=[0,\frac{a}{2}]$

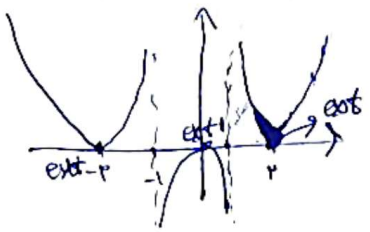
$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{2}{2\sqrt{a-2x}}=0 \Rightarrow \sqrt{x}=\sqrt{a-2x} \Rightarrow x=a-2x \Rightarrow 3x=a \Rightarrow x=\frac{a}{3}$

$f(0)=\sqrt{a}$ $\quad f(\frac{a}{2})=\sqrt{\frac{a}{2}}$ $\quad f(\frac{a}{3})=\sqrt{\frac{a}{3}}+\sqrt{\frac{a}{3}}=2\sqrt{\frac{a}{3}}$

$y_{max}\times y_{min}=\sqrt{\frac{a}{2}}\times 2\sqrt{\frac{a}{3}}=\frac{2\sqrt{6}a}{6}=\sqrt{16} \Rightarrow a=6$ $\quad [a,b]=[6,b]$

۳

$f(x)=\frac{x^2}{x^2-1}|x^2-3|$



۴

تابع چهارضابطه‌ای است که نمودار آن از نقاط $A(0,1)$ و $B(1,0)$ و $C(2,3)$ می‌گذرد

$y=ax^3+bx^2+cx+d$

$y'=3ax^2+2bx+c$

$y'(0)=c=0$ $\quad y'(1)=3a+2b=0$ $\quad y(0)=d=0$ $\quad y(1)=a+b=1$

$\Rightarrow a+b=1 \Rightarrow b=1-a \Rightarrow 3a+2b=0 \Rightarrow 3a+2-2a=0 \Rightarrow a=-2 \Rightarrow b=3$

۵

$f(x)=x|x^2-3|$ $\quad [-1,\sqrt{2}]$

$=x^3-3x$ $\quad f'(x)=3x^2-3=0 \Rightarrow x=\pm 1 \Rightarrow x=-1$ غ ق $\quad x=1$

$f(-1)=2$ $\quad f(1)=-2$

۶

$A(-1,1)$ $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$y = -x^3 + ax^2 + bx + c$

$y' = -3x^2 + 2ax + b$

$y'(-1) = 0 \Rightarrow -3 - 2a + b = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$

$y(-1) = 1 \Rightarrow 1 + a - b + c = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{2}$

$\frac{b}{a} = -3$

۷

$y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1}$ $\lim_{x \to \pm\infty} y = \frac{2}{1} = 2$ $y = 2 \Rightarrow x = \frac{1+b}{1-b} = \frac{1}{0}$

$y' = \frac{2x^2 + 2 - 4x^2 - 4x}{(x^2+1)^2} = \frac{-2x^2 - 4x + 2}{(x^2+1)^2}$

$-2x^2 - 4x + 2 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{2}$

۸

$y = \frac{3x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1}$ $\lim_{x \to \pm\infty} y = \frac{3}{1} = 3 \Rightarrow y = 3$

$y = 3 \Rightarrow \frac{3x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1} = 3 \Rightarrow 3x^2 + 3 = 3x^2 + 2x + 1 \Rightarrow x = 1$

۹

$f(x) = \frac{1 - x^2}{x^2 + 3}$ $f'(x) = \frac{-2x(x^2+3) - (1-x^2)(2x)}{(x^2+3)^2} = \frac{-4x^2 - 6x - 2x + 2x^3}{(x^2+3)^2} = \frac{2x^3 - 4x^2 - 8x}{(x^2+3)^2}$

x	$-\infty$	-2	0	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	min	$\nearrow$	max	$\searrow$

$\min = f(-2) = \frac{-3}{7}$

۱۰

$f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 4}$ $f'(x) = \frac{(2x-3)(x^2-4) - (x^2-3x)(2x)}{(x^2-4)^2} = \frac{2x^3 - 8x - 3x^2 + 12 - 2x^3 + 6x^2}{(x^2-4)^2} = \frac{3x^2 - 2x + 12}{(x^2-4)^2}$

$3x^2 - 2x + 12 = 0$ $\Delta = 4 - 144 < 0$

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$\|$	$-$	$-$
$f(x)$	$\nearrow$	$\|$	$\searrow$	$\searrow$

۳ ق.ظ