محل حل

آفرین ۱۹٫۲۵

Subject: Date: / /

$$f(x)=\sqrt{x(1-|x|)} \longrightarrow x(1-|x|)=0 \longrightarrow x=0,1,-1 \qquad (1)$$

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{-x^2+x} & 0\leq x\leq 1\\ \sqrt{x^2+x} & x\leq -1\end{cases} \Longrightarrow f'(x)=\begin{cases}\dfrac{-2x+1}{2\sqrt{-x^2+x}} \ (1) & 0<x<1\\ \dfrac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}} \ (2) & x<-1\end{cases}$$

$$(1) \rightarrow \frac{-2x+1}{2\sqrt{-x^2+x}}=0 \rightarrow -2x+1=0 \rightarrow x=\frac{1}{2}$$

$$(2) \rightarrow \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}}=0 \longrightarrow 2x+1=0 \rightarrow 2x=-1 \rightarrow x=-\frac{1}{2}$$ غ ق ق

$$(1) \rightarrow \begin{array}{c|ccccc} & 0 & & \frac{1}{2} & & 1 \\ \hline & & + & & - & \end{array}$$ $\rightsquigarrow$ $\frac{1}{2}$ ماکزیمم نسبی

۰ و ۱ و ۱- و $\frac{1}{2}$ → بحرانی ، $\frac{1}{2}$ → ماکزیمم

۲

$$m+n+k=1+0+4=5$$

Subject. $x \geq 0$ Date. / /

(۲)

$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{a - 2x} \rightarrow a - 2x \geq 0 \rightarrow a \geq 2x \Rightarrow \frac{a}{2} \geq x$

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{-2}{2\sqrt{a-2x}} = 0 \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{a-2x}} \Rightarrow a - 2x = 4x \rightarrow$

$a = 6x \rightarrow \boxed{\frac{a}{6} = x}$

$f(0) = \sqrt{a}$

$f(\frac{a}{2}) = \sqrt{\frac{a}{2}}$ min

ابتدا و انتهای بازه نقطه بحرانی است

$f(\frac{a}{6}) = \sqrt{\frac{a}{6}} + \sqrt{a - \frac{2a}{6}} = \sqrt{\frac{a}{6}} + \sqrt{\frac{4a}{6}} = 3\sqrt{\frac{a}{6}}$ max $\qquad D_f = [0, \frac{a}{2}]$

$\sqrt{\frac{a}{2}} \times 3\sqrt{\frac{a}{6}} = \sqrt{12} = \frac{3a}{\sqrt{12}} = \sqrt{12} \rightarrow 3a = 12 \rightarrow a = 4 \rightarrow [a] = [4] = 4$

۲

---

(۳)

$\frac{x^2}{x^2-1} |x^2 - 4| \rightarrow \frac{x^2}{x^2-1}(x^2-4) \qquad x \geq 2, x \leq -2$

$\frac{-x^2}{x^2-1}(x^2-4) \qquad -2 < x < 2$

$f'(x) = \frac{2x(x^2-1) - 2x(x^2)}{(x^2-1)^2} \times x^2 - 4 + 2x\left(\frac{x^2}{x^2-1}\right) =$

$2x(\cancel{x^2} - 1 - \cancel{x^2}) \Rightarrow \frac{-2x^3 + 8x}{(x^2-1)^2} + \frac{(2x^3 - 8x)(x^2)}{(x^2-1)^2} = 0$

$\frac{(2x^3 - 8x)(-1 + x^2)}{(x^2-1)^2} = \frac{2x^3 - 8x}{x^2-1} \Rightarrow \frac{2x(x^2-4)}{x^2-1} = 0 \rightarrow x = 0, 2, -2$

ریشه، پاسخ هم همه

۲

انتهاالکتشم

Subject: Date: / /

۱۴

$A(0,0) \quad B(1,1)$

$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \xrightarrow{(0,0)} d = 0$

$\xrightarrow{(1,1)} a + b = 1$

$y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0 \xrightarrow{x=0} c = 0$

$\xrightarrow{x=1} 3a + 2b = 0$

$-2 \times \; a + b = 1$

$\rightarrow 3a + 2b = 0$

$b = 3$

$a = -2$

$a \times b = -6$

۲

۱۵

صفر

$f(x) = x|3 - x^2| \xrightarrow{x = -\frac{3}{2}} -\frac{3}{2}\left|3 - \frac{9}{4}\right| = -\frac{3}{2}\left|\frac{12-9}{4}\right|$

$\xrightarrow{x=\sqrt{3}} \sqrt{3}\,|3-3| = 0$

$f(x) = 3x - x^3 \longrightarrow f'(x) = 3 - 3x^2 = 0 \rightarrow 3(1 - x^2) = 0 \rightarrow x = \pm 1$

$-1 \quad +1$

$- \quad + \quad -$

مینیمم ماکزیمم

$(-1, -2)$

۲

۱۶

$A(-1,1) \qquad x^2|x| + 3ax^2 + b \Rightarrow -x^3 + 3ax^2 + b$

$f'(x) = -3x^2 + 6ax = 0 \xrightarrow{x=-1} -3 - 6a = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$

$b = \frac{3}{2} \Leftarrow 1 - \frac{3}{2} + b = 1 \xleftarrow{a=-\frac{1}{2}} 1 + 3a + b = 1 \xleftarrow{(-1,+1)}$

$\frac{b}{a} = \frac{3}{2} \times -2 = -3$

۲

Subject . Date . / /

۷)

$$y=\frac{(ax+3)}{(a+1)x+(a-1)} \rightarrow \frac{a}{a+1} = \text{مجانب ها}$$

$$ax+x+a-1=0 \rightarrow x(a+1)=-a+1 \rightarrow x=\frac{1-a}{1+a}$$

۱/۵

$$\left(\frac{a}{a+1}, \frac{1-a}{1+a}\right)$$

$$y'=3x+1=0 \rightarrow x=-\tfrac{1}{3}$$

$$\begin{array}{c|c} & -\tfrac{1}{3} \\ \hline - & + \end{array}$$

مینیمم

$$\frac{a}{a+1}=-\tfrac{1}{3}$$

$$y=\frac{-\frac{1}{4}x+3}{\frac{3}{4}x-\frac{5}{4}}=0 \rightarrow -\frac{1}{4}x+3=0 \rightarrow \boxed{x=12}$$

$$3a=-a-1$$

$$4a=-1 \rightarrow a=\frac{-1}{4}$$

---

۸)

$$A\left(-\tfrac{1}{2}, 3\right) \qquad y=\frac{bx^2+7}{4x^2+ax+1} \rightarrow \frac{b}{4}=\frac{-1}{2} \Rightarrow b=-2$$

$$y=\frac{-2x^2+7}{4x^2+ax+1} \qquad 0=4x^2+ax+1 \xrightarrow{x=3} 36+3a+1=0$$

$$3a=-37 \rightarrow a=\frac{-37}{3}$$

$$\frac{b}{a}=-2\times\frac{-3}{37}=\frac{6}{37}$$

۱/۵

Subject:　　　　　　　　　　　　　　　　Date: / /

(۹)

$$f(x)=\frac{x^4}{x^3-8}\rightarrow\frac{4x^3(x^3-8)-(3x^2)(x^4)}{(x^3-8)^2}=$$

$$\frac{x^3(4x^3-32-3x^3)}{(x^3-8)^2}=\frac{x^3(x^3-32)}{(x^3-8)^2}$$

$0 \quad 2 \quad \sqrt[3]{32}$

$+ \;|\; - \;|\; - \;|\; +$

اکیداً نزولی

۲

$(0,2)=2$ طول بازه　　$(2,\sqrt[3]{32})=\sqrt[3]{32}-2$

مجموع

(۱۰)

$$f(x)=\frac{x^4-3}{x^2-2}\rightarrow\frac{4x^3(x^2-2)-2x(x^4-3)}{(x^2-2)^2}=$$

$$\frac{2x(4x^4-4x^2-x^4+3)}{(x^2-2)^2}=\frac{2x(3x^4-6x^2+3)}{(x^2-2)^2}=\frac{6x(x^4-2x^2+1)}{(x^2-2)^2}$$

۲

$$\frac{6x(x^2-1)^2}{(x^2-2)^2}$$

$-2 \quad -\sqrt{3} \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad \sqrt{3} \quad 2$

$|\; - \;|\; - \;|\; - \;|\; + \;|\; + \;|\; + \;|$

اکیداً نزولی　　　۳ بازه

۸

طبق A مجانب افقی $y=3$ و مجانب قائم $x=-\frac{1}{2}$ است و مجانب قائم ریشه ی مخرج است

$$4\left(-\frac{1}{2}\right)^2+a\left(-\frac{1}{2}\right)+1=0 \to \frac{1}{2}a=2 \to \boxed{a=4}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{bx^2+7}{4x^2+ax+7}=\frac{b}{4}=3 \to \boxed{b=12}$$

$$\frac{b}{a}=3$$

۷

$$x_{min}=-\frac{b}{2a}=\frac{-1}{2\left(\frac{3}{2}\right)}=-\frac{1}{3}$$

مجانب قائم
یا ریشه ی مخرج

$$=-\frac{d}{c}=\frac{1-a}{1+a}=-\frac{1}{3} \to 3-3a=-1-a \to 2a=4 \to \boxed{a=2}$$

$$y=\frac{2x+3}{3x+1} \to y=0 \to \boxed{x=-\frac{3}{2}}$$