باران تسلیمی

دوازدهم دختر B

۱-

$x(1-|x|) \geq 0 \Rightarrow D_f = (-\infty, -1] \cup [0, 1]$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x(1-x)} & 0 \leq x \leq 1 \\ \sqrt{x(1+x)} & x \leq -1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} \dfrac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}} & 0 < x < 1 \\ \dfrac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}} & x < -1 \end{cases}$$

بحرانی = ۱ و ۱- و $\frac{+1}{2}$ و ۰

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
y'		$-$		▨		$+$		$-$		▨	
y		↘		▨		↗		↘		▨	
			0				$\frac{1}{2}$		0		

$m + n + k = \frac{1}{2} + 0 + 4 = 4.5$

-۲

$$f'(x) = \frac{۱}{۲\sqrt{x}} - \frac{۲}{۲\sqrt{a-۲x}} = ۰$$

$D_f = ۰ \leq x \leq \frac{a}{۲}$

اشتباه: $\boxed{\hookrightarrow x = ۰}$ $\boxed{\hookrightarrow x = \frac{a}{۲}}$

$$\rightarrow \frac{۲\sqrt{a-۲x} - ۴\sqrt{x}}{۲\sqrt{x(a-۲x)}} = ۰ \rightarrow ۲\sqrt{a-۲x} - ۴\sqrt{x} = ۰$$

$$۲\sqrt{a-۲x} = ۴\sqrt{x}$$

$$a - ۲x = ۴x \Rightarrow ۶x = a$$

[redacted]

$$\boxed{x = \frac{a}{۶}}$$

$f(۰) = \sqrt{a}$

$f(\frac{a}{۲}) = \sqrt{\frac{a}{۲}}$ min

$f(\frac{a}{۶}) = \sqrt{\frac{a}{۶}} + \sqrt{\frac{۲a}{۳}} = \frac{۳}{\sqrt{۶}}\sqrt{a}$ max

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{a}{۲}} \times \sqrt{a} \times \frac{۳}{\sqrt{۶}} = \sqrt{۱۲} \rightarrow ۳a = ۱۲ \Rightarrow \boxed{a = ۴}$$

-۳

$$f(x) = \frac{x^۲}{x^۲-۱}|x^۲-۴|$$

تعداد نقاط اکسترمم نسبی؟

$$f(x) = \begin{cases} x \geq ۲ \text{ or } x \leq -۲ & \frac{x^۲(x^۲-۴)}{x^۲-۱} \\ -۲ \leq x \leq ۲ & \frac{-x^۲(x^۲-۴)}{x^۲-۱} \end{cases}$$

$$\rightarrow (۱ + \frac{۱}{x^۲-۱})(x^۲-۴)$$

$$\xrightarrow{\text{مشتق}} ۲x + \frac{۶x}{(x^۲-۱)^۲}$$

$$\xrightarrow{\text{مشتق}} -۲x - \frac{۶x}{(x^۲-۱)^۲}$$

سه اکسترمم نسبی = { درنقطه‌ی ۱+ و ۱- مشتق تعریف نشده است.
و در نقطه‌ی صفر، مشتق تابع برابر صفر است.

-۴ $A(۰,۰)$ و $B(۱,۱)$

اکسترمم نسبی $y=ax^۳+bx^۲+cx+d$ هستند

$ab=?$

$\underbrace{۳ax^۲+۲bx+c}$ $\Rightarrow c=۰$

ریشه = ۰ و ۱

$a+b=۱$

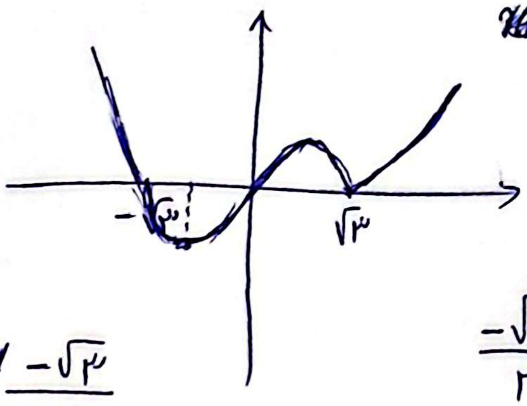
$d=۰$

$$\begin{array}{r} ۳a+۲b=۰ \\ -\ ۲a+۲b=۲ \\ \hline a=-۲ \\ b=۳ \end{array}$$

$$\boxed{ab=-۶}$$

-۵ مینیمم مطلق $f(x)=x|۳-x^۲|$ در بازه‌ی $[-۱/۵ , \sqrt{۳}]$ ؟

$x\times|\sqrt{۳}-x|\times|\sqrt{۳}+x|$



طول مینیمم $\frac{-\sqrt{۳}}{۲}$
مطلق

$$\frac{-\sqrt{۳}}{۲}\times\underbrace{\left|\underbrace{\sqrt{۳}+\frac{\sqrt{۳}}{۲}}_{\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}}\right|\times\left|\underbrace{\sqrt{۳}-\frac{\sqrt{۳}}{۲}}_{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}\right|}$$

$$\frac{۹}{۴}\times\frac{-\sqrt{۳}}{۲}=\frac{-۹\sqrt{۳}}{۸}$$

-۶

$A(-۱,۱)$ $y=x^۲(-x)+۳ax^۲+b\Rightarrow y=-x^۳+۳ax^۲+b$

$y'=-۳x^۲+۶ax \xrightarrow{x=-۱} -۳-۶a=۰ \Rightarrow a=\frac{-۱}{۲}\Rightarrow y=-x^۳-\frac{۳}{۲}x^۲+b$

$۱=۰-(-۱)^۳-\frac{۳}{۲}(-۱)^۲+b\Rightarrow ۱=۱-\frac{۳}{۲}+b\Rightarrow b=\frac{۳}{۲}$

$\frac{b}{a}=-۳$

$$[illegible] = \frac{-d}{c} = \frac{۱-a}{a+۱} = \frac{-۱}{۳} \rightarrow ۳-۳a = -a-۱ \rightarrow ۲a = ۴$$ -۷

$$a = ۲$$

$$y = \frac{۲x+۳}{۳x+۱} \xrightarrow{d=۰} ۲x+۳=۰ \quad \boxed{x = \frac{-۳}{۲}}$$

$$۴\left(\frac{-۱}{۲}\right)^۲ + a\left(\frac{-۱}{۲}\right) + ۱ = ۰$$ -۸

$$\longrightarrow \frac{۱}{۲}a = ۲ \longrightarrow a = ۴ \qquad \frac{b}{a} = \boxed{۳}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{bx^۲+۷}{۴x^۲+ax+۷} \longrightarrow \frac{b}{۴} = ۳ \quad b = ۱۲$$

$$y' = \frac{۴x^۳(x^۳-۸) - ۳x^۲(x^۴)}{(x^۳-۸)^۲} = \frac{۴x^۶ - ۳۲x^۳ - ۳x^۶}{(x^۳-۸)^۲}$$ -۹

$$= \frac{x^۶ - ۳۲x^۳}{(x^۳-۸)^۲} \Rightarrow x^۶ - ۳۲x^۳ = ۰$$

$$x = ۰ \;/\; x = \sqrt[۳]{۳۲} = ۲\sqrt[۳]{۴}$$

x		۰		۲		$۲\sqrt[۳]{۴}$	
y'	+	|	−	||	−	|	+
y	↗	|	↘	||	↘	|	↗

مجانب قائم

تابع در (۰و۲) و $(۲و۲\sqrt[۳]{۴})$ اکیداً نزولی است

$$\text{Min طول بازه} = \boxed{۲(\sqrt[۳]{۴} - ۱)}$$