نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۶ ..... کلاس ..... دوازدهم B .....

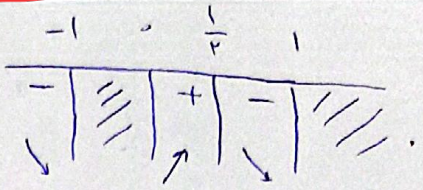
۱۸

۱

$\begin{cases} \sqrt{x-x^2} & x \geq 0 \\ \sqrt{x+x^2} & x < 0 \end{cases}$

$x \geq 0$: $x - x^2 \geq 0 \Rightarrow x(1-x) \geq 0$ ، $D = [0,1]$

$x < 0$: $x + x^2 \geq 0 \Rightarrow x(1+x) \geq 0$ ، $D = (-\infty, -1]$



$$f'(x) = \begin{cases} \frac{-2x+1}{2\sqrt{x-x^2}} & \text{قبل } x=\frac{1}{2} \\ \frac{2x+1}{2\sqrt{x+x^2}} & \text{قبل } x=-1,\ \text{غیر قبل } x=0 \end{cases}$$

نسبی $\max$ در $x=\frac{1}{2}$

نسبی $\min$ در $x=-1$

$\frac{1}{2}$ (۱٫۵) $\Leftarrow$ $K=$ ~~۴~~

۲

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{2}{2\sqrt{a-2x}} = 0$ ، $D_f = [0, \frac{a}{2}]$ ← عددی مثبت

$\frac{\sqrt{a-2x} - 2\sqrt{x}}{2\sqrt{ax-2x^2}} = 0$

$ax - 2x^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{a}{2} \\ x = 0 \end{cases}$ ، $a-2x = 4x \Rightarrow x = \frac{a}{6}$ (۲)

$\begin{cases} 0 \to \sqrt{a} \\ \frac{a}{2} \to \sqrt{\frac{a}{2}} \ \min \\ \frac{a}{6} \to \sqrt{\frac{a}{6}} + \sqrt{\frac{2a}{3}} \ \max \end{cases}$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{a^2}{12}} + \sqrt{\frac{a^2}{3}} = \sqrt{12} \Rightarrow \frac{a}{2\sqrt{3}} + \frac{2a}{2\sqrt{3}} = \frac{12}{2\sqrt{3}} \Rightarrow a = 4$

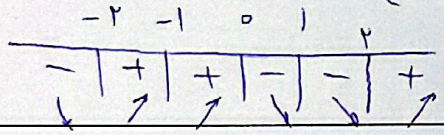
$[a] = 4$

۳

$f(x) = \frac{x^4 - 4x^2}{x^2-1}$ ، $f'(x) = \frac{(4x^3-8x)(x^2-1) - 2x(x^4-4x^2)}{(x^2-1)^2} = 0$ ، $x = \pm 2$ ، ۰ ~~ریشه~~ نابرین

$\Rightarrow \frac{-8x^3+8x-2x^5+8x^3+4x^5-4x^3}{(x^2-1)^2} \Rightarrow \frac{2x^5-4x^3+8x}{(x^2-1)^2}$ (۲)

۱، ۱- در دامنه نیستند پس ۳ تا : ۰، ۲، ۲-



۴

$y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$

با توجه به نقاط داده شده : $c = 0$

$d = 0$

$a + b = 1$

$3a + 2b = 0$

$\Rightarrow 3a + 2 - 2a = 0 \Rightarrow a = -2,\ b = 3$ (۲)

$ab = -6$

۵

$f(x) = 4x - x^3$ ، $f'(x) = -3x^2 + 4 = 0$ ، $x = \pm 1$ ، $\pm\sqrt{4}$ ~~شتق~~ نابرین

$\begin{cases} 1 \to 2 \\ -1 \to -2 \\ \sqrt{4} \to 0 \\ -\sqrt{4} \to 0 \\ \frac{-3}{2} \to \frac{-9}{8} \end{cases}$

سینم مطلق : $(-2, -1)$ (۲)

۶

$f(x) = x^3 + 3ax^2 + b \qquad f'(x) = 3x^2 + 6ax = 0$

$\Rightarrow x^2 + 2ax = 0 \Rightarrow x(x+2a) = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} 0 \\ -2a \end{cases}$

$x = -2a = -1$

$a = \frac{1}{2}$

$1 + \frac{3}{2} + b = 1 \Rightarrow b = -\frac{3}{2}$

$\frac{b}{a} = -3$ ✓ (۲)

۷

$y' = 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$ ✓

$x = \frac{-a+1}{a+1}$ (جانب قائم) $\qquad y = \frac{a}{a+1}$ (جانب افقی)

$\frac{-a+1}{a+1} = \frac{a}{a+1} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$ (۱٫۵)

$\frac{\frac{x}{2} + 3}{\frac{x^2}{2} - x - \frac{3}{2}} = 0 \Rightarrow \frac{x}{2} = -3 \Rightarrow x = -6$

۸

$\begin{cases} \text{جانب قائم: } x = -\frac{1}{2} \\ \text{جانب افقی: } \frac{b}{4} = 3 \Rightarrow b = 12 \end{cases}$

$\frac{1}{4} \times 4 - \frac{a}{2} + 1 = 0 \Rightarrow a = 4$

$\frac{b}{a} = \frac{12}{4} = 3$ ✓

(۲)

۹

$\frac{4x^3(x^4-1) - (3x^2)(x^4)}{(x^4-1)^2} = \frac{4x^6 - 4x^3 - 3x^6}{(x^4-1)^2} \Rightarrow \frac{x^3(x^3-4)}{(x^3-1)^2} = 0$

$x = 0, 2, \sqrt[3]{4}$

	0		2		$\sqrt[3]{4}$	
	+	‖	−	+	‖	−

$[0,2) \cup [2, \sqrt[3]{4}]$ (۱٫۵)

مجموع طول بازه $= 2 - 0 = 2$

۱۰

$\frac{4x^3(x^2-3) - (x^4-3)(2x)}{(x^2-3)^2} \Rightarrow \frac{-12x^3 + 6x + 4x^3 - 2x^5}{(x^2-3)^2}$

$\frac{-2x^5 - 12x^3 + 6x}{(x^2-3)^2} \to x = 0$

$\to x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$

	$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$	
	−	‖	+	+	‖	−

$[0,2)$ (۱٫۵)

یک بازه

۱-

$x(1-|x|) \geq 0 \rightarrow D_f = (-\infty, -1] \cup [0, 1]$

$f'(x) = \frac{1-2|x|}{2\sqrt{x(1-|x|)}} \rightarrow |x| = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{1}{2}$ ($x = -\frac{1}{2}$ در دامنه نیست)

x		$\frac{1}{2}$	
y'	+		−
y	↑	max	↓

$n = 0$

$m = 1$

نقاط $0, 1, \pm\frac{1}{2}$ برای $k = 4$ ← $m + n + k = 4 + 1 = 5$

۷-

$x_{min} = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2(\frac{3}{2})} = -\frac{1}{3}$

مجانب قائم $= -\frac{d}{c} = \frac{1-a}{1+a} = -\frac{1}{3} \rightarrow 3 - 3a = -1 - a \rightarrow 2a = 4 \rightarrow a = 2$

$y = \frac{2x+3}{3x+1} \rightarrow y = 0 \rightarrow x = -\frac{3}{2}$

۹-

$f'(x) = \frac{4x^3(x^3-8) - 3x^2(x^4)}{(x^3-8)^2} \rightarrow f'(x) = \frac{x^6 - 32x^3}{(x^3-8)^2}$

$f'(x) < 0 \rightarrow x^3(x^3 - 32) < 0 \rightarrow 0 < x < \sqrt[3]{32}$ ، $x \neq 2$

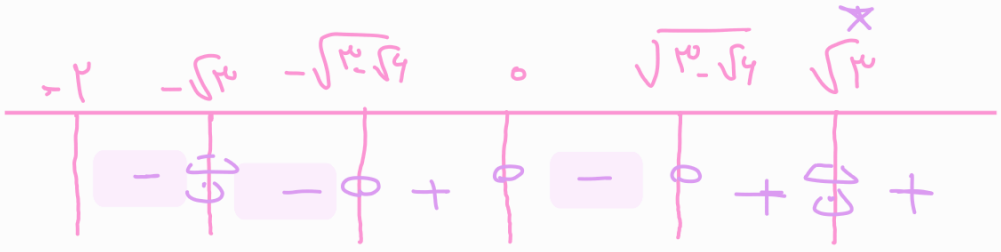
چس منیم طول بازه برابر $2(\sqrt[3]{4} - 1)$ می‌باشد

$$f'(x) = \frac{4x^3(x^2-3) - 4x(x^4-3)}{(x^2-3)^2} = \frac{2x\left[(2x^4-6x^2)-(x^4-3)\right]}{(x^2-3)^2}$$

$$2x^5 - 12x^3 + 6x = 0 \longrightarrow 2x(x^4 - 6x^2 + 3) = 0 \quad \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = t \end{cases}$$

$$t^2 - 6t + 3 = 0 \longrightarrow t = \frac{6 \pm \sqrt{24}}{2} \longrightarrow x = \pm\sqrt{3-\sqrt{6}}$$

$-2 < x < 2$



در ۳ بازه اکیداً نزولی است!