فاطمه امیری — «بسم رب شهداء و صدیقین» — تکلیف شماره ۲۷ — کلاس: دوازدهم دختر B

۱۸

سوال ۱)

$f(x)=\cos^3(2x)+ax^2+b$

$\lim_{x\to0^+}\frac{f(x)}{x}\xrightarrow{\text{هوپ}}\lim_{x\to0^+}\frac{-6\sin(2x)\times\cos^2(2x)+2ax}{1}=0$

$\cos^2 0+b=0\to b=-1\to a+b=6$ ✓ ✗

$\lim_{x\to0^-}\frac{f'(x)}{x}\xrightarrow{\text{هوپ}}\lim_{x\to0}\frac{-12\cos^3(2x)+2a}{1}=2\xrightarrow{x=0}-12+2a=2\to a=7$ ✓

سوال ۲) چون سهمی قرینه است پس یکی از نقاط a و دیگری را $-a$ در نظر می‌گیریم

$f(x)=x^2-1\to f'(x)=2x$

$(2a)\times(-2a)=1\to -4a^2=1\to a=\pm\frac{1}{2}$

عرض رأس نقطه‌ی پایین است $\to f(\frac{1}{2})=\frac{1}{4}-1=\frac{-3}{4}$

$\frac{-3}{4}\times2=$ مجموع عرض دو نقطه $=-1.5$ ✓ ✗

سوال ۳)

$f(x)=\frac{a}{2x-1}\to\frac{a}{2x-1}=4x-9\to a=12x^2-24x+9\to 12x^2-24x+9-a=0\xrightarrow{\Delta=0}576-48(9-a)=0\to a=-3$

معادله‌ی خط $\to m=\frac{9-(-12)}{2.5-(-0.5)}=9\to y=9x-9$ / $f(0)=\frac{-3}{10-1}=\frac{-1}{3}$ ✓ ✗

سوال ۴)

$f(x)=\frac{x+a}{ax+1}\to f'(x)=\frac{1-a^2}{(ax+1)^2}\to f'(1)=\frac{1-a^2}{(a+1)^2}=2\to\frac{(1-a)(1+a)}{(a+1)^2}=2\to 1-a=2a+2\to 3a=-1\to a=\frac{-1}{3}$

$f(1)=\frac{1+a}{a+1}=1\to y=2x+b\xrightarrow{x=1}2+b=1\to b=-1$

$\Rightarrow a-b=\frac{2}{3}$ ✓ ✗

سوال ۵)

$f(x)=\sin x+\frac{1}{2}\cos x\quad g(x)=\frac{3}{2}\sin x\to f(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt2}{2}+\frac{\sqrt2}{4}=\frac{3\sqrt2}{4}$

$f(x)=g(x)\to\sin x+\frac{1}{2}\cos x=\frac{3}{2}\sin x\to\frac{1}{2}\cos x=\frac{1}{2}\sin x\to\cos x=\sin x\xrightarrow{[0,\pi]}x=\frac{\pi}{4}$

$f'(x)=\cos x-\frac{1}{2}\sin x\to f'(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt2}{2}-\frac{\sqrt2}{4}=\frac{\sqrt2}{4}$

معادله‌ی خط $\to y=\frac{\sqrt2}{4}x+b\xrightarrow{x=\frac{\pi}{4}}\frac{\pi\sqrt2}{16}+b=\frac{3\sqrt2}{4}\to b=\frac{(12-\pi)\sqrt2}{16}$

$\frac{\sqrt2}{4}x+\frac{(12-\pi)\sqrt2}{16}=0\to\frac{\sqrt2}{4}x=\frac{-\sqrt2(12-\pi)}{16}\to x=\frac{\pi-12}{4}$ ✓ ✗

سوال ۶)

$f(x)=2x^3-3x^2-12x+1\to f'(x)=6x^2-6x-12=0\xrightarrow{x=-1,\ x=2}$

$f(-1)=8$, $f(2)=-19$ $\to m_{AB}=\frac{-19-8}{2-(-1)}=\frac{-27}{3}=-9$

$f'(x)=-9\to 6x^2-6x-12=-9\to 6x^2-6x-3=0\xrightarrow{\Delta>0}$ ۲ نقطه وجود دارد ✓ ✗

سوال ۷)

$f(x)=kx^3+(k+1)x^2$ ✓

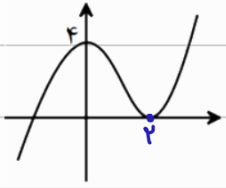
سوال ۸)

$f(x)=x^3+ax^2+bx-1\to f(-1)=-1+a-b-1=-4\to a-b=-2\to 3-b=-2\to b=5$

$\to\frac{a}{b}=\frac{3}{5}$

از آنجایی که نقطه‌ی $(-1,-4)$ نقطه‌ی عطف است: $\frac{-a}{3}=-1\to a=3$ ✓ ✗

سوال ۹)



$f(x)=x^3+ax^2+bx+c \xrightarrow{x=0} c=4 \rightarrow f(x)=x^3+ax^2+4$

$f'(x)=3x^2+2ax+b \rightarrow f'(0)=0 \rightarrow b=0$

$\rightarrow f(\frac{-2a}{3})=0 \rightarrow \frac{-8a^3}{27}+\frac{4a^3}{9}+4=0 \rightarrow \frac{4a^3}{27}+4=0 \rightarrow a=-3$

$\hookrightarrow 3x^2+2ax=0 \rightarrow x(3x+2a)=0 \rightarrow 3x+2a=0 \rightarrow 3x=-2a \rightarrow x=\frac{-2a}{3} \rightarrow x=2$ ✓

۲

سوال ۱۰)

$f(x)=x^4-4x^2+5$

$f'(x)=4x^3-12x \rightarrow 4x(x^2-3)=0$

$-\sqrt{3}$ نزولی، 0 min، $\sqrt{3}$ نزولی، min

$f(\sqrt{3})=-4=A$

$f(-\sqrt{3})=-4=B$ $\Rightarrow m_{AB}=0$

$\Rightarrow$ دو خط موازی هستند و زاویه‌ای با هم نمی‌سازند

$f''(x)=12x^2-12=0 \rightarrow x=\pm 1$

$f(1)=0=C$

$f(-1)=0=D$

$\rightarrow m_{CD}=0$ ✓

۲

V

$y'=3kx^2+2(k+1)x \rightarrow y''=6kx+2(k+1)=0 \rightsquigarrow x=\frac{k+1}{-3k}$

1

$\frac{-(k+1)}{3k}<0 \rightarrow$ -1 ، 0 ، $+$ ، $-$ $\rightarrow k<-1$ یا $k>0$ ← نقطه‌ای عطف در ناحیه دوم است پس

2

$-\frac{(k+1)}{3k}(k)+(k+1)>0 \rightarrow \frac{(k+1)}{3}+k+1>0 \rightarrow \frac{2k+2}{3}>0 \rightarrow k>-1$

$1 \cap 2 \rightarrow k>0$

به ازای هیچ مقدار k منفی وصیح جواب ندارد!