SUBJECT:

Year: Month: Day:

۱۳,۵ حوزه ریاضی

Page : ( )

$f(0)=0 \quad f''(0)=2 \quad f(x)=\cos^2(2x)+ax^2+b$

$f'(x)=-2\times 2\sin 2x\cos 2x+2ax$ (۱۵)

$f''(x)=-4(2\cos 2x\times\cos 2x)+$

$y=x^2-1 \quad y'=2x \quad (2x)(-2x)=-1 \quad x=\pm\frac{1}{2}$

$y=\frac{-3}{4}$ (۱,۵)

$f(x)=\frac{a}{2x-1} \quad m=4 \quad y=4x-9$

$\frac{a}{2x-1}=4x-9 \rightarrow a=(4x-9)(2x-1)$

$f'(x)=\frac{-2a}{(2x-1)^2}=4 \rightarrow a=-2(4x^2-4x+1)$ $\Rightarrow x=1,\ a=-2$

$f(0)=\frac{-2}{9}=\frac{-1}{3}$ (۲)

$f(x)=\frac{x+a}{ax+1} \quad y=2x+b \rightarrow y'=2$ (۲)

$b=-1 \leftarrow 2+b=1 \quad y=1 \leftarrow x=1$

$f'(x)=\frac{1-a^2}{(1+a)^2} \quad \frac{1-a}{1+a}=2 \quad a=\frac{-1}{3} \rightarrow y=\frac{x-\frac{1}{3}}{1-\frac{x}{3}}$

$f(x)=\sin x+\frac{1}{2}\cos x \quad g(x)=\frac{3}{2}\sin x$

$g(a)=f(x) \rightarrow x=\frac{\pi}{4}$ (۱)

Senobar

$g(x) = \frac{\pi}{2}\cos x$

$f(x) = \cos x - \frac{1}{2}\sin x$

$f'(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad f(\frac{\pi}{4}) = \frac{\pi\sqrt{2}}{8}$ $\quad$ گزینه ۱

$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ $\quad x=-1$ $\quad x=2$ $\quad$ ۴

$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 6(x^2 - x - 2) = 6(x-2)(x+1)$

$A\left|\begin{matrix}-1\\8\end{matrix}\right.$ $\quad B\left|\begin{matrix}2\\-19\end{matrix}\right.$ $\quad m_{AB} = \frac{-27}{3} = -9$ $\quad$ ۲

$6x^2 - 6x - 12 = -9 \rightarrow 6x^2 - 6x - 3 = 0$ $\quad \Delta > 0$ $\quad$ ۲ نقطه

$y = kx^3 + (k+1)x^2$ $\quad$ ۷

$\quad$ ۵

$y = x^3 + ax^2 + bx - 1$ $\quad -1 + a - b - 1 = -2$ $\quad a - b = -2$

$x = \frac{-a}{3}$ $\quad -1 = \frac{-a}{3}$ $\quad a = 3$ $\quad b = 5$ $\quad \frac{a}{b} = \frac{3}{5}$ $\quad$ ۳ $\quad$ ۸

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ $\quad f'(0) = 0 \rightarrow b = 0$ $\quad f(0) = 4$ $\quad$ C.K $\quad$ ۹

$3x^2 + 2ax = x(3x + 2a) \rightarrow x = 0$ $\quad x = \frac{-2a}{3}$ $\quad$ ۱٫۵

$f(x) = x^3 + ax^2 + 4$ $\quad \left(\frac{-2a}{3}\right)^3 + a\left(\frac{-2a}{3}\right)^2 + 4 = 0$ $\quad a = -3$

$f(x) = x^4 - 4x^2 + 5$ $\quad f'(x) = 4x^3 - 12x$

$f''(x) = 12x^2 - 12$ (1) 10

$12x^2 - 12 = 0 \quad x = \pm 1 \rightsquigarrow C, D$

$4x^3 - 12x = 0 \quad 4x(x^2 - 3) = 0$ $\quad \rightarrow x = 0$, $x = \sqrt{3}$, $x = -\sqrt{3}$

۱-

$$\lim_{x\to0^+}\frac{f(x)}{x}=0 \rightarrow \lim_{x\to0^+}\frac{\cos^3(2x)+ax^2+b}{x}=0 \rightarrow \lim_{x\to0^+}\frac{1+b}{x}=0$$

↳ $b=-1$

$$\lim_{x\to0^-}\frac{f'(x)}{x}=2=\lim\frac{-6\sin(2x)\cos^2(2x)+2ax}{x}=2 \xrightarrow{\text{هم ارزی}}$$

$$\lim_{x\to0^-}\frac{(-6\times2x)+2ax}{x}=2 \rightarrow 2a-12=2 \rightarrow 2a=14 \rightarrow a=7$$

$a+b=7-1=6$

۲-

$f(x)=x^2-1 \rightarrow f'(x)=2x$

نقاط (α,α^2-1), $(-\alpha,\alpha^2-1)$ را در نظر می‌گیریم

در این صورت خواهیم داشت:

$f'(\alpha)\times f'(-\alpha)=-1 \rightarrow 2\alpha\times(-2\alpha)=-1 \rightarrow \alpha^2=\frac{1}{4}$

↳ $\alpha=\pm\frac{1}{2} \rightarrow f(\frac{1}{2})+f(-\frac{1}{2})=\frac{1}{4}-1+\frac{1}{4}-1=2-/5=1,5$

۵-

$f(x)=g(x) \rightarrow \sin x+\frac{1}{2}\cos x=\frac{3}{2}\sin x \rightarrow \sin x=\cos x \xrightarrow{0\le x\le\pi} x=\frac{\pi}{4}$

$f(\frac{\pi}{4})=\sin\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt2}{2}+\frac{\sqrt2}{4}=\frac{3\sqrt2}{4}$

$f'(x)=\cos x-\frac{1}{2}\sin x \rightarrow f'(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt2}{2}-\frac{\sqrt2}{4}=\frac{\sqrt2}{4}$

معادله خط برحسب $\frac{\pi}{4}$ → $y-\frac{3\sqrt2}{4}=\frac{\sqrt2}{4}(x-\frac{\pi}{4}) \xrightarrow{y=0} \frac{\sqrt2}{4}(x-\frac{\pi}{4})=-\frac{3\sqrt2}{4} \rightarrow x=\frac{\pi}{4}-3$

۷-

$y'=3kx^2+2(k+1)x \rightarrow y''=6kx+2(k+1)=0 \rightarrow x=\frac{k+1}{-3k}$

1

نقطه عطف در ناحیه دوم است پس ←

$\frac{-(k+1)}{3k}<0 \rightarrow$ (جدول علامت: -1 ، 0) $\rightarrow k<-1$ یا $k>0$

2

$\frac{-(k+1)}{3k}(k)+(k+1)>0 \rightarrow \frac{-(k+1)}{3}+k+1>0 \rightarrow \frac{2k+2}{3}>0 \rightarrow k>-1$

$1\cap2 \rightarrow k>0$

به ازای هیچ مقدار k منفی وصحیح جواب ندارد!

۹

$f(0)=۴ \rightarrow c=۴$

$f'(x)=0 \rightarrow ۳x^۲+۲ax+b=۰ \rightarrow b=۰$

$f'(x)=۳x^۲+۲ax \rightarrow x(۳x+۲a)=۰ \Rightarrow x=۰$

یا $x=-\frac{۲a}{۳}$

x		۰		$-\frac{۲a}{۳}$	
y'	$+$		$-$		$+$
y	↑		↘		↑
				min	

$f(-\frac{۲a}{۳})=۰ \rightarrow -\frac{۸a^۳}{۲۷}+\frac{۴a^۳}{۹}+۴=۰ \rightarrow a^۳=-۲۷ \rightarrow a=-۳$

$x=-\frac{۲a}{۳}=-\frac{۲(-۳)}{۳}=۲$

۱۰

$f'(x)=۴x^۳-۱۲x \rightarrow f'(x)=۰ \rightarrow ۴x(x^۲-۳)=۰ \Rightarrow x=۰$ یا $x=\pm\sqrt{۳}$

x		$-\sqrt{۳}$		۰		$\sqrt{۳}$	
y'	$-$	۰	$+$	۰	$-$	۰	$+$
y	↘		↑		↘		↑
		min		max		min	

نقاط $A(-\sqrt{۳},-۴)$ و $B(\sqrt{۳},-۴)$ نقاط min نسبی تابع هستند و شیب خط AB صفر است ←

$f''(x)=۱۲x^۲-۱۲ \rightarrow x=\pm۱ \rightarrow$ $f''=۰$

نقاط $C(۱,۰)$ و $D(-۱,۰)$ نقاط عطف هستند و شیب این

یا دو خط نیز صفر است پس AB و CD موازی و زاویه بین این دو صفر است