سوالات ریاضی

۱۸٫۵

سوال ۱ ←
$\lim_{m\to 0} \frac{f(m)}{m} = 2 \rightarrow \frac{3\cos^2 m \times 2 \times \sin m + 2a m}{m}$

$= 9 + 2a = 2 \rightarrow \boxed{a = -2}$

۱٫۵

$\lim_{m\to 0^+} \frac{f(m)}{m} = 0$ خرج به سمت صفر می رود پس صورت هم باید صفر باشد تا حد جواب داشته باشد

$\cos^3(2m) + \sin^2 m + b = 0 \rightarrow \boxed{b = -1}$

$a + b = -2 - 1 = \boxed{-3}$

سوال ۲ ← از آنجایی که عرض نقطه در معادله‌ی m^2+1 باید عرض یکسانی داشته باشد پس طول ۲ نقطه قرینه‌ی همدیگر هستند

شیب ها هم باید قرینه و عکس یکدیگر باشند $\alpha = -\beta$ ★

$2\alpha = \frac{-1}{2\beta} \xrightarrow{!} 2\alpha = \frac{1}{2\alpha}$

$4\alpha^2 = 1 \rightarrow \alpha = \pm\frac{1}{2}$ ← ۲

$-\frac{3}{4} + -\frac{3}{4} = \boxed{\frac{-3}{2}}$

عرض نقطه $= \frac{1}{4} - 1 = \frac{-3}{4}$

سوال ۳ ← $\frac{-12-4}{-0.5-2.5} = 4$ ①

$\frac{a}{2m-1} \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{-2a}{(2m-1)^2} = 4$ ①

معادله‌ی خط نیز باید در نقطه جواب دهد

$4m + b = 4 \rightarrow b = -9 \rightarrow 4m - 9 = y = \frac{a}{2m-1}$ ②

① و ② $\rightarrow a = (4m-9)(2m-1) = -3(2m-1)^2$ ۲

$\rightarrow m = 1$ ، $a = (-3)(1) = \boxed{-3}$

$f(a) = \frac{a}{2m-1} = \frac{-3}{10-1} = \boxed{\frac{-1}{3}}$

سوال ۴ ← $\frac{3}{4}\sin m = \sin m + \frac{1}{2}\cos m \rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(m - \frac{\pi}{6}\right) = 0$

$\boxed{m = \frac{\pi}{6}}$ ← مشتق تابع f ← $\cos m - \frac{1}{2}\sin m = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}$

$= \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ ← نقطه خط

۱٫۵

$\frac{\sqrt{2}}{4}m + b = \frac{3\sqrt{2}}{4} \rightarrow b = \frac{\sqrt{2}}{24}m + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

$\boxed{m = -2}$

شیب مماس نقطه ← مقدار تابع در نقطه‌ی $\frac{\pi}{6}$

سوال ۵ ←

$4m^2 - 4m - 12 = 0 \rightarrow 4(m^2 - m - 3) = 0$

$4(m+1)(m-3) = 0$

-1 ، 3

$\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 8 & -19 \end{vmatrix}$

نقاط اکسترمم تابع ← شیب نقاط اکسترمم $\frac{8+19}{-1-2} = \boxed{-9}$

مشتق نقاط $\rightarrow 4m^2 - 4m - 12 = -9 \rightarrow 4m^2 - 4m - 3 = 0$

$3(2m^2 - 2m - 1) = 0$

$\Delta = \frac{4+8}{12}$ ← $\Delta > 0$ ← ۲ جواب دارد ۲

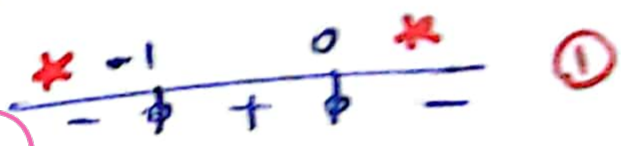
Scanned with CamScanner

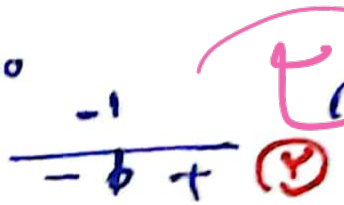
سوال ۷ ← ی راس نقطه ی عطف در توابع توان ۳ ← $-\frac{b}{3a}$ است که طول آن باید منفی و عرض آن باید + باشد

$\frac{-k-1}{3k} < 0$ و $km^3+(k+1)m^2 > 0$ ← $m^2(km+k+1) > 0$ ⊕

$km+k+1 > 0$

$-\frac{(k+1)}{3k} \times k + k + 1 > 0 \rightarrow \frac{2}{3} + \frac{2}{3}k \geq 0$





تنها عدد ۰ → ۱ ∩ ۲ → ۱ در این معادله صدق می کند

که به ازای آن روی محور قرار می گیرد و نه در ناحیه ی دوم پس جواب ندارد

سوال ۸ ← تنها حالتی که خط معادل از معادله (نمودار تابع) درتوان سه عبور می کند نقطه ی عطف است

طول آن $= -\frac{b}{3a} \Leftarrow -1 = -\frac{a}{3} \leftarrow \boxed{a=3}$

از طرفی مقدار در نقطه ی ۱- ← ۴- شده است ← $-2+3-b-2=-4$

$\boxed{b=5}$

$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{3}{5}}$

۲

Scanned with CamScanner

سوال ۹ ← از روی نمودار که در ازای $m=0$ ← $y=4$ است ← $\boxed{c=4}$ و مشتق در نقطه‌ی $0=0$ است ←

$\boxed{b=0}$ ← $3m^2+2am+b=0$ ← از طرفی می دانیم عرض نقطه‌ی عطف همیانلین

عرض $\max$ و $\min$ است و طول آن $\frac{-a}{3}=\frac{-b}{3a}$ است ←

$\left(\frac{-a}{3}\right)^3+a\left(\frac{-a}{3}\right)^2+4=\frac{4+c}{4}$

$\frac{2a^3}{27}=-4 \rightarrow \boxed{a=-3}$

سوال ۱۰ ← اگر $m^2=t$ خواهیم داشت ← $t^2-9t+20$ ← $\min=\frac{-b}{2a}=\frac{9}{2}$

$\boxed{m=\pm\frac{3}{2}}$ ← نقاط مینیمم

$12m^2-12=0$ ← $f''(m)=0$ ← نقاط عطف $\boxed{m=\pm 1}$

نقاط مینیمم: $\begin{vmatrix}-\sqrt{3}\\-4\end{vmatrix}$ و $\begin{vmatrix}+\sqrt{3}\\-4\end{vmatrix}$

نقاط عطف: $\begin{vmatrix}-1\\0\end{vmatrix}$ و $\begin{vmatrix}+1\\0\end{vmatrix}$

که هر ۲ تایی از آن ها را به هم وصل کنیم شیب ۲ خط پدید آمده با هم برابری می کنند و خطوط موازی هستند

Scanned with CamScanner

۱-

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x}=0 \rightarrow \lim_{x\to 0^+}\frac{\cos^3(2x)+ax^2+b}{x}=0 \rightarrow \lim_{x\to 0^+}\frac{1+b}{x}=0$$

$$\hookrightarrow \boxed{b=-1}$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{f'(x)}{x}=2=\lim\frac{-4\sin(2x)\cos^2(2x)+2ax}{x}=2 \xrightarrow{\text{هوپیتال}}$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{(-4\times 2x)+2a}{x}=2 \rightarrow 2a-12=2 \rightarrow 2a=14 \rightarrow \boxed{a=7}$$

$$a+b=7-1=6$$

۲-

$$f'(1)=g'(1) \rightarrow \frac{1-a^2}{(a+1)^2}=2 \rightarrow \frac{(1-a)(1+a)}{(a+1)(a+1)}=2 \rightarrow 1-a=2a+2$$

$$3a=-1 \rightarrow a=\frac{-1}{3}$$

$$f(1)=g(1) \rightarrow \frac{1-\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}=2+b \rightarrow b=-1 \rightarrow a-b=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

۳-

$$f(x)=g(x) \rightarrow \sin x+\frac{1}{2}\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x \rightarrow \sin x=\cos x \xrightarrow{0<x<\frac{\pi}{2}} x=\frac{\pi}{4}$$

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\sin\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$f'(x)=\cos x-\frac{1}{2}\sin x \rightarrow f'\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

معادله خط با شیب $\frac{\sqrt{2}}{4}$ → $y-\frac{3\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$ $\xrightarrow{y=0}$ $\frac{\sqrt{2}}{4}\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=\frac{3\sqrt{2}}{4}$ → $\boxed{x=\frac{\pi}{3}-3}$