مینا جعفری ... تکلیف ۲۷ دوازدهم ریاضی ... ۱۹/۲۵ آفرین

۱	$\lim_{x\to0^+}\frac{f(x)}{x}=0 \xrightarrow{0/0} f(0)=0=1+b \Rightarrow b=-1$; $\xrightarrow{Hop} \lim_{x\to0^+}\frac{f'(x)}{1}=0$; $\lim_{x\to0^+}\frac{f'(x)}{x}=2 \xrightarrow{Hop} \lim_{x\to0^+}\frac{f''(x)}{1}=2$; $f'(x)=3\cos^2(2x)\times(-2\sin 2x)+2ax$; عامل صفرشونده دارد $f''(0)=-4\cos 2x\times3\cos^2 2x+2a=2a-12=2 \Rightarrow a=7$ $\Rightarrow \boxed{a+b=6}$ ۲
۲	$x^2-1=y_1 \Rightarrow x=\pm\sqrt{y_1+1}$; $y'=2x$ $\Rightarrow f'(x_1)\times f'(x_2)=-1=2x_1\times2x_2=4(\sqrt{y_1+1})(-\sqrt{y_1+1})=-4(y_1+1) \Rightarrow y_1=-\frac{3}{4} \Rightarrow \boxed{y_1=-\frac{3}{4}}$ ۲
۳	$m=\frac{6-(-12)}{1/5-(-1/5)}=\frac{18}{3}=6 \Rightarrow y=6x-9 \Rightarrow \frac{a}{2x-1}=6x-9 \Rightarrow 12x^2-12x+9-a=0 \xrightarrow{\Delta=0} a=6 \Rightarrow f(x)=\frac{6}{2x-1} \Rightarrow f(5)=\frac{2}{3}$ ۱/۵
۴	$\frac{1+a}{a+1}=2+b \Rightarrow b=-1$; $\frac{1-a^2}{(a+1)^2}=2 \Rightarrow 1-a^2=2a^2+4a+2 \Rightarrow 3a^2+4a+1=0 \Rightarrow \begin{cases} a=-1 & \text{غ ق ق} \\ a=-\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow a-b=\frac{2}{3}$ ۲
۵	$\sin x+\frac{1}{2}\cos x=\frac{3}{2}\sin x \Rightarrow \frac{1}{2}\cos x=\frac{1}{2}\sin x \Rightarrow \cos x=\sin x \Rightarrow x=\frac{\pi}{4} \Rightarrow f'(x)=\cos x-\frac{1}{2}\sin x \Rightarrow f'(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt2}{2}-\frac{\sqrt2}{4}=\frac{\sqrt2}{4}$; $f(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt2}{2}+\frac{\sqrt2}{4}=\frac{3\sqrt2}{4} \Rightarrow y=\frac{\sqrt2}{4}x-\frac{\sqrt2\pi}{16}+\frac{3\sqrt2}{4}=0 \Rightarrow \boxed{x=3-4\pi}$ ۱/۷۵
۶	$f'(x)=6x^2-6x-12=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \Rightarrow y=8 \\ x=2 \Rightarrow y=-19 \end{cases} \Rightarrow m=\frac{8-(-19)}{-1-2}=-9 \Rightarrow 6x^2-6x-12=-9 \Rightarrow 6x^2-6x-3=0 \xrightarrow{\Delta>0}$ $\boxed{\text{۲ نقطه}}$ ۲
۷	$y'=3kx^2+2(k+1)x \Rightarrow y''=6kx+2(k+1)=0 \Rightarrow x=\frac{-2(k+1)}{6k}=\frac{-(k+1)}{3k} \Rightarrow \frac{-(k+1)}{3k}<0$; -1 , 0 : $-$ $+$ $-$; $k<-1$ (I) ; $y=kx^3+(k+1)x^2=x^2(kx+k+1) \Rightarrow (-\frac{(k+1)}{3k})^2(\frac{2k+2}{3})>0 \Rightarrow \frac{2(k+1)}{3}>0 \Rightarrow k>-1$ (II) ; $(I)\cap(II)=\varnothing$ $\boxed{\text{هیچ مقدار}}$ ۲
۸	$y=x^3+ax^2+bx-1 \Rightarrow y'=3x^2+2ax+b \Rightarrow y''=6x+2a \Rightarrow x=\frac{-2a}{6}=-1 \Rightarrow a=3$; $-1+a-b-1=-4 \Rightarrow a-b=-2 \Rightarrow b=5$; مماسی که از منحنی عبور می کند ← نقطه عطف $\boxed{\frac{a}{b}=\frac{3}{5}}$ ۲
۹	$c=4$; $(0,4)$ max نسبی $\Rightarrow f'(0)=0 \Rightarrow f'(x)=3x^2+2ax+b \Rightarrow b=0 \Rightarrow f'(x)=3x^2+2ax=x(3x+2a) \Rightarrow x_1=-\frac{2a}{3}$ $\Rightarrow y_1=-\frac{8a^3}{27}+\frac{4a^3}{9}+4=0 \Rightarrow \frac{4a^3}{27}=-4 \Rightarrow a^3=-27 \Rightarrow a=-3 \Rightarrow \boxed{x_1=2}$ ۲
۱۰	$f(x)=x^4-6x^2+5 \Rightarrow f'(x)=4x^3-12x=4x(x^2-3)$; y': $-\sqrt3$, 0 , $\sqrt3$: $-$ $+$ $-$ $+$ $\Rightarrow \begin{cases} x_A=\sqrt3 \Rightarrow y_A=-4 \\ x_B=-\sqrt3 \Rightarrow y_B=-4 \end{cases} \Rightarrow d_{AB}: y=-4$; $f''(x)=12x^2-12 \Rightarrow \begin{cases} x_C=1 \Rightarrow y_C=0 \\ x_D=-1 \Rightarrow y_D=0 \end{cases} \Rightarrow d_{CD}: y=0 \Rightarrow d_{CD}\parallel d_{AB} \Rightarrow \boxed{\alpha=0°}$ ۲

۳

$m = \frac{۶-(-۱۲)}{۲٫۵-(-۰٫۵)} = \frac{۱۸}{۳} = ۶ \rightarrow \boxed{y = ۶x - ۹}$

$\frac{a}{۲x-۱} = ۶x-۹ \rightarrow ۱۲x^۲ - ۲۴x + ۹ - a = ۰ \xrightarrow{\Delta = ۰} \cancel{۲۴}^۲ - \cancel{۴}(\cancel{۱۲})(۹-a) = ۰ \rightarrow ۱۲ - ۹ + a = ۰$

$\cancel{۲۴ \times ۲۴}$ ۱۲

$\boxed{a = -۳}$

$f(۵) = \frac{-۳}{۲(۵)-۱} = \frac{-۳}{۹} = \boxed{-\frac{۱}{۳}}$

---

۵ -

$f(x) = g(x) \rightarrow \sin x + \frac{۱}{۲}\cos x = \frac{۳}{۲}\sin x \rightarrow \sin x = \cos x \xrightarrow{۰ \leq x \leq \pi} x = \frac{\pi}{۴}$

$f(\frac{\pi}{۴}) = \sin\frac{\pi}{۴} + \frac{۱}{۲}\cos\frac{\pi}{۴} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} + \frac{\sqrt{۲}}{۴} = \boxed{\frac{۳\sqrt{۲}}{۴}}$

$f'(x) = \cos x - \frac{۱}{۲}\sin x \rightarrow f'(\frac{\pi}{۴}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲} - \frac{\sqrt{۲}}{۴} = \boxed{\frac{\sqrt{۲}}{۴}}$

معادله خط
در $\frac{\pi}{۴}$ $\rightarrow$ $y - \frac{۳\sqrt{۲}}{۴} = \frac{\sqrt{۲}}{۴}(x - \frac{\pi}{۴}) \xrightarrow{y=۰} \cancel{\frac{\sqrt{۲}}{۴}}(x - \frac{\pi}{۴}) = -\frac{۳\cancel{\sqrt{۲}}}{\cancel{۴}} \rightarrow \boxed{x = \frac{\pi}{۴} - ۳}$