نام: دنیا اکبری شمارهٔ کلاس: ۲۷ مقطع: دوازدهم ریاضی B ۱۸/۷۵

①

$\lim \frac{f(x)}{x} = 0 \to \lim \frac{\cos^2(2x)+ax^2+b}{x} = \frac{ax^2+b+1}{x} \xrightarrow{ax=0} b+1=0 \to \boxed{b=-1}$

$\lim \frac{f'(x)}{x} = 2 \to \frac{3\cos^2(2x)\times 2\times -\sin(2x) + 2ax}{x} = -6\cos^2(2x)\cdot\frac{\sin 2x}{x} + \frac{2ax}{x}$

$= -6\cos^2(2x)\times 2 + 2a = -12+2a = 2 \to \boxed{a=7} \to a+b = 7-1 = \boxed{6}$

۲

②

$\xrightarrow{\text{عمود}} f'(x) = 2x \xrightarrow{\text{عمود}} m = \frac{-1}{m} \to 2x = \frac{1}{2x} \to 4x^2 = 1 \to x = \pm\frac{1}{2} \to y = (\pm\frac{1}{2})^2 - 1 = -\frac{3}{4}$

$\to y_{x_1} + y_{x_2} = 2(-\frac{3}{4}) = -\frac{3}{2}$

۲

③

$f(x) = \frac{a}{2x-1} \to f'(x) = \frac{-2a}{(2x-1)^2} \to y = ax+b \to y = \frac{-2a}{(2x-1)^2}x + b \xrightarrow{(\frac{5}{2},6)} 6 = \frac{-5a}{16} + b \Rightarrow b = 6 + \frac{5a}{16}$

$(-\frac{1}{2},-12)$: $-12 = \frac{a}{4} + b \Rightarrow b = -\frac{a}{4} - 12$

$\to 6 + \frac{5a}{16} = -12 - \frac{a}{4} \to a = -32$

$f(x) = \frac{-32}{2x-1} \Rightarrow f(5) = \boxed{\frac{-32}{9}}$

۱/۵

④

$y = \frac{x+a}{ax+1} \to y' = \frac{1-a^2}{(ax+1)^2} \xrightarrow[\text{شیب}]{\text{موازی}} y'_1 = y'_2 \to 2 = \frac{1-a^2}{(a+1)^2} \xrightarrow{x=1} 3a^2+4a+1=0 \to a=-1$ ✗ غیرقابل قبول، $\boxed{a=\frac{-1}{3}}$

$\xrightarrow{\text{محل برخورد}} y_1 = y_2 \to y = \frac{x+a}{ax+1} \xrightarrow{x=1} \frac{1+a}{1+a} = 1 = 2+b \to b=-1 \to \boxed{a-b = \frac{2}{3}}$

۲

⑤

$g(x) = f(x) \Rightarrow \frac{3}{2}\sin(x) = \sin x + \frac{1}{2}\cos x \to \sin x = \cos x \xrightarrow{[0,\pi]} x = \frac{\pi}{4}$

$f'(x) = \cos x - \frac{1}{2}\sin(x) \xrightarrow{x=\frac{\pi}{4}} f'(x) = \frac{\sqrt{2}}{4} \to A\left|\begin{matrix}\frac{\pi}{4}\\ \frac{3\sqrt{2}}{4}\end{matrix}\right. \to \frac{3\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}\times\frac{\pi}{4} + b \to b = \frac{(3-\pi)\sqrt{2}}{4}$

$y = \frac{\sqrt{2}}{4}x + \frac{(3-\pi)\sqrt{2}}{4} \xrightarrow{x=0} y = \frac{(3-\pi)\sqrt{2}}{4}$

۱/۷۵

⑥

$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1 \to f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 6(x^2 - x - 2)$

$\xrightarrow[f'(x)=0]{\text{اکسترمم}}$ $x=2 \to A\left|\begin{matrix}2\\-11\end{matrix}\right.$, $x=-1 \to B\left|\begin{matrix}-1\\8\end{matrix}\right.$ $\to m_{AB} = \frac{-19}{3} \to f'(x) = \frac{-19}{3} \to 6(x^2-x-2) = \frac{-19}{3} \to x^2 - x - \frac{17}{18} = 0$

$\xrightarrow{\Delta>0}$ (دو نقطه)

۲

⑦

$y = kx^3 + (k+1)x^2 \to y' = 3kx^2 + (2k+2)x \to y'' = 6kx + (2k+2) \xrightarrow[y''=0]{\text{عطف}} 6kx + 2k + 2 = 0$

$\to 3kx = -k-1 \to x = \frac{-k-1}{3k} \xrightarrow[x>0]{\text{نقطه عطف}} \frac{-k-1}{3k} > 0 \xrightarrow{k<0} k \in (-\infty,-1)$ ①

$\xrightarrow{y>0}$ $x^2(kx+k+1) > 0 \to kx+k+1 > 0 \to k(\frac{-k-1}{3k}) + k + 1 > 0 \to k+1 > 0 \to k > -1 \to k \in (-1,+\infty)$ ②

$\xrightarrow{① \cap ②} \{\varnothing\} \to$ K ندارد صحیح

۲

۸

$f(x) = x^{۳} + ax^{۲} + bx - ۱$ $\qquad$ $f'(x) = ۳x^{۲} + ۲ax + b$

$f(-۱) = -۴ \to -۴ = -۱ + a - b - ۱ \to a - b = -۲$ $\qquad$ $f'(-۱) = ۳ - ۲a + b$

$\to y = ax + b \to -۴ = -(۳ - ۲a + b) + b \to$

۱,۵

۹

$(۰,۴) \xrightarrow{f(x)} c = ۴$ $\qquad$ اکسترمم $\underset{x=۰}{} \xrightarrow{f'(x)=۰} b = ۰$ $\qquad$ $f''(x) = ۶x + ۲a \xrightarrow[f''(x)=۰]{\text{عطف}} x_{\omega} = \frac{-a}{۳}$

$y_{\omega} = \frac{y_{min} + y_{max}}{۲} = \frac{۴+۰}{۲} = ۲ \xrightarrow[f(x)]{(\frac{-a}{۳},\, ۲)} ۲ = \frac{-a^{۳}}{۲۷} + a(\frac{a^{۲}}{۹}) + ۰ + ۴ \Rightarrow \frac{۲a^{۳}}{۲۷} = -۲ \to a = -۳$

$f'(x) = ۳x^{۲} - ۶x = ۳x(x - ۲)$ $\begin{cases} x = ۰ \to \text{درست} \\ x = ۲ \end{cases}$

۲

۱۰

$f'(x) = ۴x^{۳} - ۶x \to ۲x(۲x^{۲} - ۳) = ۰ \to x = ۰ \;,\; x = \pm\sqrt{\frac{۳}{۲}}$

x	$-\sqrt{\frac{۳}{۲}}$		۰		$+\sqrt{\frac{۳}{۲}}$	
y'	$-$		$+$		$-$	$+$
y	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	$\nearrow$

$A \left| \begin{matrix} -\sqrt{\frac{۳}{۲}} \\ \frac{-۷}{۴} \end{matrix} \right.$ $\quad$ $B \left| \begin{matrix} \sqrt{\frac{۳}{۲}} \\ \frac{-۷}{۴} \end{matrix} \right. \to m_{AB} = ۰$

$f''(x) = ۱۲x^{۲} - ۶ \to ۶(۲x^{۲} - ۱) = ۰ \to x = \pm\frac{۱}{\sqrt{۲}}$ $\quad$ $D \left| \begin{matrix} \frac{۱}{\sqrt{۲}} \\ \frac{۹}{۴} \end{matrix} \right.$ $\quad$ $C \left| \begin{matrix} \frac{-۱}{\sqrt{۲}} \\ \frac{۹}{۴} \end{matrix} \right. \to m_{DC} = ۰ \to [\,۰ =$ موازی

۲

۳

$m = \dfrac{۶-(-۱۲)}{۲٫۵-(-۰٫۵)} = \dfrac{۱۸}{۳} = ۶ \to \boxed{y = ۶x - ۹}$

$\dfrac{a}{۲x-۱} = ۶x - ۹ \to ۱۲x^۲ - ۲۴x + ۹ - a = ۰ \overset{\Delta=۰}{\rightsquigarrow} \cancel{۲۴}^۲ - \cancel{۴}(\cancel{۱۲})(۹-a) = ۰ \to ۱۲ - ۹ + a = ۰$

$\cancel{۲۴\times۶}$ ۱۲

$\to \boxed{a = -۳}$

$f(۵) = \dfrac{-۳}{۲(۵)-۱} = \dfrac{-۳}{۹} = \boxed{-\dfrac{۱}{۳}}$

---

۵ -

$f(x) = g(x) \to \sin x + \dfrac{۱}{۲}\cos x = \dfrac{۳}{۲}\sin x \to \sin x = \cos x \xrightarrow{۰ \leq x \leq \pi} x = \dfrac{\pi}{۴}$

$f(\dfrac{\pi}{۴}) = \sin\dfrac{\pi}{۴} + \dfrac{۱}{۲}\cos\dfrac{\pi}{۴} = \dfrac{\sqrt{۲}}{۲} + \dfrac{\sqrt{۲}}{۴} = \boxed{\dfrac{۳\sqrt{۲}}{۴}}$

$f'(x) = \cos x - \dfrac{۱}{۲}\sin x \to f'(\dfrac{\pi}{۴}) = \dfrac{\sqrt{۲}}{۲} - \dfrac{\sqrt{۲}}{۴} = \boxed{\dfrac{\sqrt{۲}}{۴}}$

معادله خط
درمحل $\dfrac{\pi}{۴}$ $\to$ $y - \dfrac{۳\sqrt{۲}}{۴} = \dfrac{\sqrt{۲}}{۴}(x - \dfrac{\pi}{۴}) \overset{y=۰}{\rightsquigarrow} \cancel{\dfrac{\sqrt{۲}}{۴}}(x - \dfrac{\pi}{۴}) = -\dfrac{۳\cancel{\sqrt{۲}}}{\cancel{۴}} \to \boxed{x = \dfrac{\pi}{۴} - ۳}$

۸

عطف $x = \dfrac{-b}{۳a} = \dfrac{-a}{۳} \to x = -\dfrac{a}{۳} \to \dfrac{-a}{۳} = -۱ \to \boxed{a = ۳}$

$f(-۱) = -۴ \to -۱ + ۳ - b - ۱ = -۴ \to \boxed{b = -۵}$

$\left.\right\} \dfrac{a}{b} = \dfrac{۳}{۵}$