صبا وفازاده تکلیف شماره ۲۷ دوازدهم دختر B

۱)
$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\cos^3(2x)+ax^2+b}{x}=0 \xrightarrow[\text{پس صورت}=0]{\text{مخرج}=0} \cos^3(0)+0+b=0$ $\quad b=-1 \quad f'(x)=-6\cos^2(2x)\cdot\sin(2x)+2a$

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=2 \xrightarrow{f(0)=0} f''(0)=2 \quad f''(x)=24\cos(2x)\cdot\sin^2(2x)-12\cos^3(2x)+2a \quad 0-12+2a=2$

$a=7 \quad a+b=7-1=6$

۲)
خط d سهمی را در دو نقطه با طول های قرینه قطع می کند پس شیب مماس های رسم شده $2x$ و $-2x$ است.

$(-2x)(2x)=-1 \quad -4x^2=-1 \quad x=\pm\frac{1}{2}$

$f(\frac{1}{2})=f(-\frac{1}{2})=(\frac{1}{2})^2-1=-\frac{3}{4} \quad -\frac{3}{4}-\frac{3}{4}=-\frac{3}{2}$

۳)
$a=\dfrac{6-(-12)}{2{,}5-(-0{,}5)}=6 \quad d: 6x-9 \quad \dfrac{a}{2x-1}=6x-9 \quad 12x^2-24x+9-a=0 \quad \Delta=0 \to 24^2-4\times12(9-a)=0$

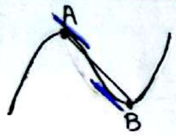
$a=-3 \quad f(x)=\dfrac{-3}{2x-1} \quad f(5)=\dfrac{-3}{10-1}=\dfrac{-1}{3}$

۴)
$f(1)=\dfrac{1+a}{a+1}=2(1)+b=1 \quad b=-1 \quad f'(1)=\dfrac{1-a^2}{(a+1)^2}=2 \quad \dfrac{1-a}{a+1}=2 \quad 2a+2=1-a \quad a=-\frac{1}{3} \quad a-b=\frac{2}{3}$

۵)
$\sin x+\frac{1}{2}\cos x=\frac{3}{2}\sin x \quad \frac{1}{2}\cos x=\frac{1}{2}\sin x \xrightarrow{x\in[0,\pi]} x=\frac{\pi}{4} \quad f'(x)=\cos x-\frac{1}{2}\sin x$

$f'(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4} \quad f(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{3\sqrt{2}}{4} \quad y=\frac{\sqrt{2}}{4}x+b \quad b=\frac{3\sqrt{2}}{4}-\frac{\sqrt{2}}{4}(\frac{\pi}{4})$

$y=0 \to x=\dfrac{\frac{\sqrt{2}\pi}{16}-\frac{3\sqrt{2}}{4}}{\frac{\sqrt{2}}{4}}=\frac{\pi}{4}-3$

۶)


مطابق شکل دو مماس موازی با پاره خط AB وجود دارد.

۷)
$\dfrac{-b}{3a}=\dfrac{-(k+1)}{3k} \quad \dfrac{-(k+1)}{3k}<0$ $\quad \begin{array}{ccccc} & -1 & & 0 & \\ - & \phi & + & \phi & - \end{array} \quad k<-1$ یا $k>0$ (I) $\quad f(x)=x^2(kx+k+1) \quad f(\frac{-b}{3a})>0$

$(\frac{-k-1}{3k})^2(\frac{-k-1}{3}+k+1)>0 \quad \underbrace{(\frac{-k-1}{3k})^2}_{+}(\frac{2k+2}{3})>0 \quad \frac{2k+2}{3}>0 \to k>-1$ (II) $\quad I\cap II=\varnothing$ هیچ مقدار k

۸)
$f(-1)=-4 \quad -1+a-b-1=-4 \quad a-b=-2 \quad \dfrac{-b}{3a}=-1 \to \dfrac{-a}{3}=-1$

$a=3 \to b=5 \quad \dfrac{a}{b}=\dfrac{3}{5}$

نقطه $(-1,-4)$ نقطه عطف تابع است.

۹)
$f(0)=4 \to c=4 \quad f'(x)=3x^2+2ax+b \quad f'(0)=0 \to b=0 \quad f'(x)=x(3x+2a)$

$f'(x)=0 \to \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{-2a}{3} \end{cases} \quad f(\frac{-2a}{3})=0 \quad (\frac{-2a}{3})^3+a(\frac{-2a}{3})^2+0+4=0 \quad \frac{-8a^3}{27}+\frac{4a^3}{9}=-4 \quad \frac{4a^3}{27}=-4$

$a=-3 \to \frac{-2a}{3}=2$ طول مینیمم نسبی

۱۰)
$f'(x)=4x^3-12x=4x(x^2-3) \quad \begin{array}{ccccccc} & -\sqrt{3} & & 0 & & \sqrt{3} & \\ - & \phi & + & \phi & - & \phi & + \end{array}$

$x=\pm\sqrt{3}$ طول نقاط مینیمم نسبی است.

$f''(x)=12x^2-12=12(x^2-1) \quad f''(x)=0 \to x=\pm1$

$x=\pm1$ طول نقاط عطف است.

تابع زوج است پس به ازای دو طول قرینه یک عرض می دهد پس پاره خط های AB و CD هر دو پاره خط افقی هستند و زاویه بین آنها صفر است.