کیمیا امیری نیا

①

$f(x)=Cos^۳(۲x)+ax^۲+b \rightarrow f'(x)=-۶Sin۲x \cdot Cos^۲۲x+۲ax$

$\lim_{x\to ۰^-}\frac{f'(x)}{x}=\lim\frac{-۶Sin۲x.Cos^۲۲x+۲ax}{x}\xrightarrow{hop}=\lim_{x\to ۰^-}\frac{-۶(۲Cos۲x\times Cos^۲۲x+Sin۲x\times ۲Cos۲x\times(-۲Sin۲x))+۲a}{۱}$

$=(-۶)(۲)+۲a=۲ \leadsto ۲a=۱۴ \leadsto \boxed{a=۷}$

$\lim_{x\to ۰^+}\frac{f(x)}{x}=\lim\frac{Cos^۳(۲x)+ax^۲+b}{x}=۰$ چون مخرج ۰ است اما حد دارد، باید کسر ۰ شود.

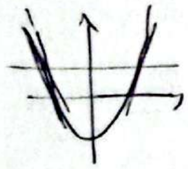
$Cos^۳(۰)+b=۰ \rightarrow \boxed{b=-۱}$ $\quad a+b=۶$

②

$y=x^۲-۱ \leadsto y'=۲x$

$۲x(-۲x)=-۱ \leadsto ۴x^۲=۱ \leadsto x=\pm\frac{۱}{۲}$

$y=\frac{۱}{۴}-۱=\frac{-۳}{۴}$ $\quad \boxed{\frac{-۳}{۴}+\left(\frac{-۳}{۴}\right)=\frac{-۶}{۴}=\frac{-۳}{۲}}$



③

$f(x)=\frac{a}{۲x-۱}$

$(-۰/۵,-۱۲)\ (۲/۵,۶) \leadsto m=\frac{۶-(-۱۲)}{۲/۵-(-۰/۵)}=\frac{۱۸}{۳}=۶$

معادله خط مماس $=۶x-۹=y$

$f(x)=\frac{a}{۲x-۱}=۶x-۹ \rightarrow a=(۲x-۱)(۶x-۹)$

$f'(x)=\frac{-۲a}{(۲x-۱)^۲}=۶ \leadsto a=-۳(۲x-۱)^۲$

$\rightarrow -۳(۲x-۱)^۲=(۲x-۱)(۶x-۹)$

شرط دامنه $x=\frac{۱}{۲}$ غ ق ق

$\rightarrow -۳(۲x-۱)=۶x-۹ \leadsto ۶x-۹=-۶x+۳ \leadsto ۱۲x=۱۲ \leadsto x=۱$ ✓

$a=-۳$ $\quad f(a)=\frac{-۳}{۶-۱}=\frac{-۱}{۳}$

④

$y=۲x+b$

$y'=۲$

$y=\frac{x+a}{ax+۱} \leadsto y'=\frac{(ax+۱)-a(x+a)}{(ax+۱)^۲}\xrightarrow{x=۱}=\frac{۱-a^۲}{(۱+a)^۲}$

$=\frac{(۱-a)}{(۱+a)}=۲ \leadsto ۱-a=۲+۲a \leadsto a=\frac{-۱}{۳}$

$\boxed{a-b=\frac{۲}{۳}}$

$y=\frac{x-\frac{۱}{۳}}{\frac{-۱}{۳}x+۱}\xrightarrow{x=۱} y=۱ \rightarrow ۲(۱)+b=۱ \leadsto b=-۱$

⑤

$g(x) = \frac{۳}{۲} \sin x \qquad f(x) = \sin x + \frac{۱}{۲} \cos x$

نقطه تلاقی $\rightsquigarrow \frac{۳}{۲} \sin x = \sin x + \frac{۱}{۲} \cos x \rightsquigarrow \sin x = \cos x \rightarrow x = \frac{\pi}{۴}$

$f(\frac{\pi}{۴}) = \frac{۳\sqrt{۲}}{۴} \qquad f'(x) = \cos x - \frac{۱}{۲} \sin x \rightsquigarrow f'(\frac{\pi}{۴}) = \frac{\sqrt{۲}}{۴}$

معادله خط مماس $\rightsquigarrow \frac{\sqrt{۲}}{۴} x - \frac{\pi\sqrt{۲}}{۱۶} + \frac{۳\sqrt{۲}}{۴} \xrightarrow{y=۰} \cancel{\frac{\sqrt{۲}}{۴}} x = \frac{\pi\cancel{\sqrt{۲}}}{\cancel{۱۶}_{۴}} - \frac{۳\cancel{\sqrt{۲}}}{\cancel{۴}} \rightsquigarrow \boxed{x = \frac{\pi}{۴} - ۳}$

⑥

$f(x) = ۲x^۳ - ۳x^۲ - ۱۲x - ۱ \longrightarrow f'(x) = ۶x^۲ - ۶x - ۱۲ = ۶(x^۲ - x - ۲)$

$x = ۲ \qquad x = -۱$

$A = (۲, -۱۹) \qquad B = (-۱, ۸)$

$m_{AB} = \frac{-۲۷}{۳} = -۹$

$f'(x) = -۹ \rightsquigarrow ۶(x^۲ - x - ۲) = -۹ \rightsquigarrow ۶x^۲ - ۶x - ۳ = ۰ \rightsquigarrow ۲x^۲ - ۲x - ۱ = ۰ \xrightarrow{\Delta > ۰}$ (۲ نقطه)

⑦

$y = kx^۳ + (k+۱)x^۲ \rightarrow y' = ۳kx^۲ + ۲(k+۱)x \rightsquigarrow y'' = ۶kx + ۲(k+۱)$

$y'' = ۰ \rightsquigarrow ۶kx + ۲k + ۲ = ۰ \rightsquigarrow x = \frac{-۲k-۲}{۶k} \xrightarrow{x<۰} \frac{-۲k-۲}{۶k} < ۰$

$\begin{array}{c|c|c} & -۱ & ۰ \\ - & + & - \end{array}$

$k \in (-\infty, -۱) \cup (۰, +\infty) \xrightarrow{k<۰} k \in (-\infty, -۱)$

x نقطه عطف منفی
(ناحیه دوم یا سوم)

$\rightarrow \boxed{\cap = \varnothing}$

$\left(\frac{-۲k-۲}{۶k}\right)^۲ \left(\frac{-۲k-۲}{۶} + k + ۱\right) > ۰ \qquad \frac{۴k+۴}{۶}$

$\begin{array}{c|c|c} & -۱ & ۰ \\ - & + & + \end{array} \qquad k \in (-۱, ۰)$

⑧

$y = x^۳ + ax^۲ + bx - ۱$

$(-۱)^۳ + a(-۱)^۲ - b\cancel{x} - ۱ = ۴ \rightsquigarrow -a - b = ۷ \rightsquigarrow a - b = -۲$

نقطه عطف $x = \frac{-b}{۳a} \rightsquigarrow x = \frac{-a}{۳ \times ۱} \rightsquigarrow -۱ = \frac{-a}{۳} \rightsquigarrow \boxed{a = ۳}$

$۳ - b = -۲ \rightarrow \boxed{b = ۵} \qquad \frac{a}{b} = \frac{۳}{۵}$

$f(x) = x^۳ + ax^۲ + bx + c \quad \rightsquigarrow f' = ۳x^۲ + ۲ax + b$ (۹)

$c = ۴$ براساس نمودار $\qquad f'(۰) = ۰ \rightsquigarrow b = ۰$

$f'(x) = ۳x^۲ + ۲ax = x(۳x + ۲a) \rightsquigarrow f'(x) = ۰ \rightsquigarrow x = \frac{-۲a}{۳}$

$\frac{-۲a}{۳}$ ۴

$f\left(-\frac{۲a}{۳}\right) = ۰ \rightsquigarrow \left(-\frac{۲a}{۳}\right)^۳ + a\left(\frac{-۲a}{۳}\right)^۲ + ۴ = ۰$

$\frac{-۸a^۳}{۲۷} + \frac{۴a^۳}{۹} = -۴ \rightsquigarrow a = -۳ \rightsquigarrow \frac{-۲a}{۳} \Rightarrow \boxed{۲}$

$f(x) = x^۴ - ۶x^۲ + ۵ \rightsquigarrow f'(x) = ۴x^۳ - ۱۲x \rightsquigarrow f'(x) = ۰ \to x = ۰, \pm\sqrt{۳}$ (۱۰)

$\hookrightarrow f''(x) = ۱۲x^۲ - ۱۲$ ~~$\to x$~~ $f''(x) = ۰ \to x = \pm ۱$

x		$-\sqrt{۳}$		۰		$+\sqrt{۳}$	
f'	~~+~~		+		−		+
f	↘		↗		↘		↗

$A(\sqrt{۳}, -۴) \quad B(-\sqrt{۳}, ۴) \to m_{AB} = ۰$

$C(۱, ۰) \quad D(-۱, ۰) \to m_{CD} = ۰ \quad \to ۰ =$ زاویه بینشان