مهر زارعی   شماره ۲۷

۲ـ $(-۲x)(۲x)=-۱ \quad ۴x^۲=۱ \quad x=\pm\frac{۱}{۲}$

$f(\frac{۱}{۲})=f(-\frac{۱}{۲})=(\frac{۱}{۲})^۲-۱=-\frac{۳}{۴}$

$-\frac{۳}{۴}-\frac{۳}{۴}=-\frac{۳}{۲}$

خط a سهمی را در دو نقطه با طول های قرینه قطع می‌کند پس شیب مماس های رسم شده ۲x- و ۲x است

۳ـ $a=\frac{۶+۱۲}{۲/۵+۰/۵}=\frac{۱۸}{۳}=۶$

$y=۶x+b \xrightarrow{(-۰/۵,-۱۲)} -۱۲=۶(-۰/۵)+b$

$\frac{a}{۲x-۱}=۶x-۲ \rightarrow$ ریشه مضاعف دارد $\quad \frac{a}{۲x-۱}=۶x-۹$

$۱۲x^۲-۱۸x-۶x+۹=a \quad ۱۲x^۲-۲۴x+۹-a=0 \quad \Delta=0$

$(-۲۴)^۲-۴(۱۲)(۹-a)=0 \quad ۲۴-۲(۹-a)=0 \quad a=-۳$

$f(x)=\frac{-۳}{۲x-۱} \quad f(۵)=\frac{-۳}{۲(۵)-۱}=\frac{-۳}{۹}=-\frac{۱}{۳}$

۹

۲-

$f(1) = \frac{1+a}{a+1} = ۲(1)+b = 1$ $\quad b=-1 \quad f'(1) = \frac{1-a^۲}{(a+1)^۲} = ۲$

$\frac{1-a}{a+1} = ۲ \quad ۲a+۲ = 1-a \quad a = -\frac{1}{۳}$

$a - b = \frac{۲}{۳}$

۵-

$\sin x + \frac{1}{۲}\cos x = \frac{۳}{۲}\sin x \quad \frac{1}{۲}\cos x = \frac{1}{۲}\sin x \xrightarrow{x\in[0,\pi]}$

$x = \frac{\pi}{۴} \quad f'\left(\frac{\pi}{۴}\right) = \frac{\sqrt{۲}}{۲} - \frac{\sqrt{۲}}{۴} = \frac{\sqrt{۲}}{۴} \quad f\left(\frac{\pi}{۴}\right) = \frac{\sqrt{۲}}{۲} + \frac{\sqrt{۲}}{۴} = \frac{۳\sqrt{۲}}{۴}$

$y=0 \rightarrow x = \frac{\frac{\sqrt{۲}\pi}{۱۶} - \frac{۳\sqrt{۲}}{۴}}{\frac{\sqrt{۲}}{۴}} = \frac{\pi}{۴} - ۳$

۶-

$f'(x) = ۶x^۲ - ۶x - ۱۲ = 0 \quad \div ۶ \quad x^۲ - x - ۲ = 0$

$a+c=b \begin{cases} x=-1 & A(-1,۸) \\ x=۲ & B(۲,-۱۹) \end{cases} \quad -۹ = \frac{-۱۹-۸}{۲-(-1)} = \frac{-۲۷}{۳}$ شیب AB

$f'(x) = -۹ \quad f'(x) = -۹ \quad ۶x^۲ - ۶x - ۱۲ = -۹$

$۳x^۲ - ۲x - 1 = 0$ ، دو ریشه دارد پس ۲ خط

۷ـ

$\frac{-b}{۳a} = \frac{-(k+1)}{۳k}$ $\frac{-(k+1)}{۳k} < ۰$ $\frac{-۱ \quad ۰}{- \quad ۰ + \quad ۰ -}$

$k < -۱$ یا $k > ۰$ $f(x) = x^۲(kx+k+1)$ $f(\frac{-b}{۳a}) > ۰$

$(\frac{-k-1}{۳k})^۲(\frac{-k-1}{۳}+k+1) > ۰$ $(\frac{-k-1}{۳k})(\frac{۲k+۲}{۳}) > ۰$

$\frac{۲k+۲}{۳} > ۰$ $k > -۱$ $I \cap II = \emptyset$ k هیچ مقداری از

۸ـ

$f'(x) = ۳x^۲ + ۲ax + b$ $f'(-۱) = ۳ - ۲a + b = ۰$ $-۲a + b = -۳$

$f(-۱) = -۱ + a - b - ۱ = -۴$ $a - b = -۲$

$$\begin{cases} a - \cancel{b} = -۲ \\ -۲a + \cancel{b} = -۳ \end{cases}$$

$-a = -۵$ $a = ۵$ $۵ - b = -۲$ $b = ۷$

$\frac{a}{b} = \frac{۵}{۷}$

۹ـ

$f(۰) = ۴ \rightarrow c = ۴$ $f'(۰) = ۰$ $f'(x) = ۳x^۲ + ۲ax + b$

$\xrightarrow{x=۰} f'(۰) \cancel{+۳} b = ۰$ $f'(x) = ۳x^۲ + ۲ax$

$f'(x) = x(۳x + ۲a) = ۰$ $x = ۰$ $x = \frac{-۲a}{۳}$

$f(\frac{-۲a}{۳}) = ۰$ $(\frac{-۲a}{۳})^۳ + a(\frac{۲a}{۳})^۲ + ۴ = ۰$

$\frac{-۸a^۳}{۲۷} + \frac{۴a^۳}{۹} + ۴ = ۰$ $\frac{۴a^۳}{۲۷} = -۴$ $a^۳ = -۲۷$ $a = -۳$

$\frac{-۲a}{۳} \boxed{= ۲}$ مینیمم نسبی

$f'(x) = 4x^3 - 12x = 4x(x^2 - 3)$

$-\sqrt{3}$ 0 $\sqrt{3}$
$-$ $+$ $-$ $+$
↘ ↗ ↘ ↗

$f''(x) = 12x^2 - 12 = 12(x^2 - 1)$ $f''(x) = 0$ $x = \pm 1$

$x = \pm\sqrt{3}$ طول نقاط min نسبی است $x = \pm 1$ طول نقاط عطف

تابع زوج است پس به ازای دو طول قرینه یک عرض می‌دهد پس پاره خط‌های AB و CD هردو با محورهای افقی و زاویه بین ۰ آنها صفر است