سؤال ۲

$y = x^2 + 1$ متقارن $\Rightarrow y = -x^2 - 1 \Rightarrow y' = -2x$ طول نقاط برخورد $\Rightarrow y' = -2x \Rightarrow a$ و $-a$

$\begin{cases} y'(a) = -2a \\ y'(-a) = 2a \end{cases}$

$(2a) \times (-2a) = -1 \Rightarrow a^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$ (a مثبت)

$\Rightarrow y = -x^2 - 1 \Rightarrow y(1/2) = -\frac{5}{4}$

$\Rightarrow \begin{cases} A\ (-\frac{1}{2}, -\frac{5}{4}) \\ B\ (+1/2, -\frac{5}{4}) \end{cases} \Rightarrow$ فاصله A از مبدأ $= \frac{5}{2}$

سؤال ۳

$a = \frac{4+12}{2/5+0/5} = 4$

$4 = 4(2/5) + b \Rightarrow b = -9$ (معادله)

$y = 4x - 9$

$\frac{a}{1-x^2} = 4x - 9 \Rightarrow$ چون یک $\Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow$

$12x^2 - 24x + 9 - a = 0 \xrightarrow{\Delta' = 0} b' = -12$ $\boxed{a = -3}$

$f(a) = \frac{-3}{2(a)-1} = \boxed{-\frac{1}{3}}$

سؤال ۴

$f(a) = g(a)\ ,\ f'(a) = g'(a)$

$2 + b = \frac{1+a}{a+1} \Rightarrow b = -1$

$2 = \frac{1-a^2}{(a+1)^2} \Rightarrow \frac{1-a}{a+1} = 2 \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$

$\boxed{a - b = \frac{2}{3}}$

سوال ④ $f(x)=2x^3-3x^2-12x+1 \Rightarrow f'(x)=6x^2-6x-12=0 \Rightarrow x^2-x-2=0 \begin{cases} x=-1 \\ x=2 \end{cases}$

$A(-1,8), B(2,-19)$ $f'(x)=$ شیب AB

$$m_{AB}=\frac{-19-8}{2+1}=\frac{-27}{3}=-9$$

$$f'(x)=6x^2-6x-12 \Rightarrow 6x^2-6x-12=-9 \Rightarrow \Delta>0$$

مماس دو نقطه دارد

سوال ⑦ تعداد عضو تابع $y=kx^3+(k+1)x^2$ درجه صعودی است $\Rightarrow$

$$y'=3kx^2+2(k+1)x \Rightarrow y''=6kx+2(k+1)=0$$

$$6kx+2k+2=0 \Rightarrow x=\frac{-k-1}{3k}<0 \Rightarrow \begin{cases} k>0 \\ k<-1 \end{cases} \quad (I)$$

طول نقطه عطف <0

$$k\left(\frac{-k-1}{3k}\right)^3+(k+1)\left(\frac{-k-1}{3k}\right)^2>0$$

عرض نقطه عطف $f\left(\frac{-k-1}{3k}\right)>0$

$$\Rightarrow \frac{-(k+1)^3}{27k^2}+\frac{(k+1)^3}{9k^2}>0 \Rightarrow \frac{-(k+1)^3+3(k+1)^3}{27k^2}>0 \Rightarrow \underbrace{\frac{2(k+1)^3}{27k^2}}_{+}>0$$

$$\Rightarrow 2(k+1)^3>0 \Rightarrow (k+1)^3>0 \Rightarrow k+1>0 \Rightarrow k>-1 \quad (II)$$

$I \cap II$ $\boxed{k>0}$

سوال ۱۰

$f(x)=x^4-4x^2+5 \Rightarrow f'(x)=4x^3-8x=4x(x^2-2)$

x	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$
y'	$-\ 0\ +$	0	$-\ 0\ +$
	↘ min ↗		↘ min ↗

$A(-\sqrt{2},-4)$

$B(\sqrt{2},-4)$

$m_{AB}=\frac{-4+4}{+\sqrt{2}+\sqrt{2}}=0$

$m_{CD}=\frac{0-0}{1+1}=0$

$f''(x)=12x^2-8=12(x^2-\frac{2}{3})$

x	-1	1
y''	$+\ 0\ -$	$0\ +$
	∪ تحدب ∩	∪ تقعر

$C(-1,0)$

$D(1,0)$

نقطه عطف ⇐ علامت تغییر ⇐ صفر شدن