حسنا ترکی
دوازدهم ریاضی ۶

بسم الله خدا

تلفن همراه ۱۴

آخرین تلاش سال ۱۴۰۲

① $a+b=?$

$f(x)=\cos^3(\pi x)+ax^2+b$

$\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x}=0$ ، $\lim_{x\to 0^-}\frac{f'(x)}{x}=4 \Rightarrow \lim_{x\to 0^-}\frac{3\cos^2(\pi x)(\pi)(-\sin\pi x+2ax)}{x}=4$

$\Rightarrow \lim_{x\to 0}\frac{\sin\pi x}{x}=1$

$3(1)(\pi)(-2)+2a=4$

$2a=14$

$a=7$

$\lim_{x\to 0^+}\frac{\cos^3(\pi x)+ax^2+b}{x}=0$ صورت کسر نزولی حد

$1+b=0 \Rightarrow b=-1$

$a+b=6$

② $y=x^2-1$

$y'=2x$ خط مماس در $x=a$ نقطه

$2a(-2a)=-1 \to -4a^2=-1$

$4a^2=1 \to a=\pm\frac{1}{2}$

با طول‌های a و $-a$ مماس می‌کند

وضعیت‌های A و B نسبت به d

A | $\frac{1}{2}$, $\frac{-3}{4}$

B | $\frac{-1}{2}$, $\frac{-3}{4}$

مجموع عرض‌ها $=2\times\frac{-3}{4}=\frac{-3}{2}$

③ $f'(x)=\frac{0-2a}{(2x-1)^2}=\frac{-2a}{(2x-1)^2}$ $\xrightarrow{(2,5,4)}$ $(-2,5,-12)$

$\frac{-2a}{14}=4 \Rightarrow \boxed{a=-28} \Rightarrow f(5)=\frac{-28}{9}=\frac{-14}{3}$

④ $y=2x+b$ خط بر منحنی در $x=a$ مماس

$y=\frac{x+a}{ax+1}$

$y'=\frac{(ax+1)-(a)(x+a)}{(ax+1)^2}=2 \Rightarrow \frac{1-a^2}{(ax+1)^2}=2$ $\xrightarrow{(1,1)}$

$\frac{1-a^2}{(a+1)^2}=2 \Rightarrow 2a^2+4a+2=1-a^2 \Rightarrow 3a^2+4a+1=0$ ریشه

$a=-1$ ✗

$\boxed{a=\frac{-1}{3}}$ ✓

y تقاطع $\Rightarrow 2+b=1 \Rightarrow \boxed{b=-1}$

$a-b=\frac{-1}{3}+1=\frac{2}{3}$ ج آخر

Scanned with CamScanner

(۵)

$f(x) = \sin x + \frac{1}{2}\cos x$,
$g(x) = \frac{1}{2}\sin x$
$[-\pi]$

$\frac{1}{2}\sin x = \frac{1}{2}\cos x \Rightarrow \sin x = \cos x \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$

$F'(x) = \cos x - \frac{1}{2}\sin x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{4}} F'(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

معادله مماس $y = ax + b \xrightarrow{a=\frac{\sqrt{2}}{4}} y = \frac{\sqrt{2}}{4}x + b \xrightarrow{f(\frac{\pi}{4})=\frac{3\sqrt{2}}{4}} \frac{3\sqrt{2}}{4} = \frac{\pi\sqrt{2}}{16} + b \Rightarrow b = \frac{12\sqrt{2} - \pi\sqrt{2}}{16}$

$y = \frac{\sqrt{2}}{4}x + \frac{12\sqrt{2} - \pi\sqrt{2}}{16}$ $y=0$ $\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{4}x = \frac{\pi\sqrt{2} - 12\sqrt{2}}{16} \Rightarrow x = \frac{(\pi - 12)\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{\pi - 12}{4}$

$\frac{\pi}{4} - 3$

---

(۶)

A, B روی f

$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 1 \longrightarrow f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 0$

$\Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow x = -1$, $x = 2$

$x = -1$ ماکسیمم $\longrightarrow f(x) = 7$

$x = 2$ مینیمم $\longrightarrow f(x) = -19$

$m_{AB} = \frac{-19 - 7}{2 - (-1)} = \frac{-26}{3} = -9$

$f'(x) = -9 = 6x^2 - 6x - 12 \Rightarrow 6x^2 - 6x - 3 = 0 \longrightarrow 2x^2 - 2x - 1 = 0$

---

(۷)

معادله ۲ جواب دارد

۲ نقطه

$y = kx^3 + (k+1)x^2$

$y' = 3kx^2 + (2k+2)x$

$y'' = 6kx + 2k + 2 \Rightarrow 6kx = -2k - 2 \Rightarrow x = \frac{-2k-2}{6k}$ در صورت ۰

$\frac{-1}{-} \quad \frac{0}{+} \Rightarrow k < -1$, $k > 0$

جمع مساحت مستطیل وجود ندارد

در صورت مثبت $\Rightarrow x^2(kx + k - 1) > 0 \Rightarrow kx > -k - 1$

$x > \frac{-k-1}{k} \rightarrow \frac{-2k-2}{6} > \frac{-k-1}{k}$

$\rightarrow -2k^2 - 2k > -6k - 6 \rightarrow 4k^2 > 4 \rightarrow k^2 > 1 \Rightarrow k > 1$, $k < -1$

$y = x^3 + ax^2 + bx - 1 = f(x)$ (1)

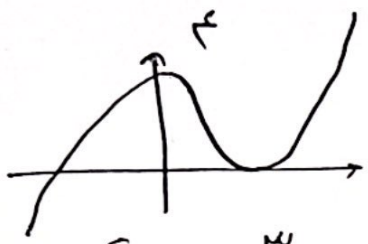
$f(-1, -6) \Rightarrow -6 = -1 + a - b - 1 \Rightarrow a - b = -4$ (I)

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \Rightarrow f''(x) = 6x + 2a \xrightarrow{x=-1}$ (طول نقطه عطف تابع (صفر مشتق)) $2a - 6 = 0$

$a = 3$

$\xrightarrow{I}$ $3 - b = -4 \Rightarrow b = 7$

$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{7} = 0/6$



نقطه ماکزیمم $(0,4)$

(9)

$f(x)=x^3+ax^2+bx+c$

$f(0)=4 \Rightarrow c=4$

$f'(x)=3x^2+2ax+b$

$f'(0)=0 \Rightarrow b=0$

$f'(x)=0 \Rightarrow 3x^2+2ax=0$

$x(3x+2a)=0$

$x=\frac{-2a}{3}$

$f\left(\frac{-2a}{3}\right)=0 \Rightarrow \frac{-8a^3}{27}+\frac{4a^3}{9}+4=0 \Rightarrow \frac{4a^3}{27}=-4 \Rightarrow a^3=-27 \Rightarrow a=-3$

$x=2$

(10)

$f(x)=x^4-8x^2+5$

$f'(x)=4x^3-16x \xrightarrow{f'(x)=0} 4x(x^2-4)=0 \Rightarrow x=0, x=\pm\sqrt{4}$

$f''(x)=12x^2-16$

x	$-\sqrt{4}$	0	$\sqrt{4}$
$f'(x)$	$-$ $+$	$-$	$+$
f	$\searrow$ $\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$

نقطه عطف

C | 0 | 1

D | 0 | -1

نقاط: A | $-\sqrt{4}$ | -4 ; B | $\sqrt{4}$ | -4

$m_{CD}=0$

$m_{AB}=0$

زاویه بین دو خط صفر درجه

min نقاط